

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Ивановский государственный энергетический университет
имени В.И. Ленина»

Кафедра теоретических основ теплотехники

Е.Н. Бушуев, А.К. Гаськов, А.Ю. Жолобова, А.В. Пекунова

**Использование компьютерной программы
SMath Studio для выполнения расчётов
по технической термодинамике**

Учебное пособие

Иваново 2025

УДК 628.163

Б 94

Бушуев Е.Н., Гаськов А.К., Жолобова А.Ю., Пекунова А.В.
Б 94 Использование компьютерной программы SMath Studio для выполнения расчётов по технической термодинамике : Учебное пособие / ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2025. – 132 с. : ил.

ISBN 978-5-00062-655-9

Пособие содержит описание компьютерной программы для вычисления математических выражений и построения графиков функций SMath Studio, а также практические рекомендации по применению этой программы, для выполнения расчётов по технической термодинамике. Представлено использование библиотек по теплофизическим свойствам рабочих тел и теплоносителей CoolProp Wrapper и WaterSteamPro в таких расчётах. Пособие включает также контрольные вопросы и задания для закрепления полученных знаний.

Предназначено для студентов, обучающихся по тепло-энергетическим направлениям подготовки дневной и заочной форм обучения, также полезно магистрантам, аспирантам и другим специалистам в учебной, исследовательской и профессиональной деятельности.

Табл. 11. Ил. 18. Библиогр.: 18 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»

Научный редактор :

канд. техн. наук, доц. Фоломеева Д.В.

Рецензент :

доцент кафедры «Тепловые электрические станции»,
канд. техн. наук, доц. Горшенин С.Д.

© Е.Н. Бушуев, А.К. Гаськов, А.Ю. Жолобова, А.В. Пекунова, 2025

Содержание

Введение	4
1. Основные возможности компьютерной программы SMath Studio	5
1.1. Общее описание программы	5
1.2. Выполнение алгебраических расчётов	18
1.3. Построение графиков функций	37
1.4. Символьные преобразования	49
1.5. Программирование	53
1.6. Работа с размерностью	60
1.7. Дополнительные возможности	62
Контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения	69
2. Использование библиотек теплофизических свойств рабочих тел и теплоносителей	74
2.1. Расчётные возможности библиотеки CoolProp Wrapper	74
2.2. Расчётные возможности библиотеки WaterSteamPro	91
Контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения	96
3. Примеры практического применения SMath Studio	98
3.1. Расчёт тепловой экономичности обратимого цикла газотурбинной установки	98
3.2. Расчёт тепловой экономичности цикла паротурбинной установки	106
3.3. Расчёт тепловой экономичности цикла парогазовой установки	118
Контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения	125
Заключение	127
Библиографический список	128
Приложение	130

Введение

Техническая термодинамика – это наука об энергии и её свойствах [1, 2]. Является теоретической основой для тепло-техники.

Техническая термодинамика является довольно сложной для изучения дисциплиной. При её освоении и практическом применении необходимо проводить расчёты, в том числе с использованием справочных данных, а также строить графики термодинамических процессов. Всё это можно значительно упростить, если использовать математические пакеты, такие как MathCAD, MatLab, Maple [3]. В настоящее время происходит постепенный переход от зарубежных программных средств к отечественным разработкам. Среди математических пакетов, позволяющих проводить расчёты, перспективным является отечественный программный продукт SMath Studio (разработчик ООО «ЭсМат»). Эта программа является бесплатной для личного пользования.

SMath Studio не обладает широкими вычислительными возможностями, как наиболее популярные математические пакеты. Эта программа похожа на систему компьютерной алгебры Mathcad [4]. При выполнении термодинамических расчётов не требуется использование сложного математического аппарата, поэтому расчётные возможности, которые предоставляет эта программа, вполне достаточны. Важной особенностью расчётной программы SMath Studio является возможность подключения как бесплатных, так и платных дополнений (библиотек), что значительно увеличивают область её практического применения.

В настоящее время не достаточно выпущено учебной литературы по практическому применению этой компьютерной программы. Целью этого учебного издания является описание основных возможностей SMath Studio, а для их демонстрации приведено множество примеров по её использованию при выполнении термодинамических расчётов.

1. Основные возможности компьютерной программы SMath Studio

1.1. Общее описание программы

Компьютерная программа SMath Studio (далее просто SMath) предназначена для вычисления математических выражений и построения графиков функций. Отличительные особенности этой программы:

- бесплатная версия для личного пользования;
- малый объём программы (менее 7 МБайт);
- большое количество поддерживаемых операционных систем: Windows, Linux, iOS, Android;
- возможность установки программы как на стационарный компьютер, так и на любое мобильное устройство (смартфон, планшет), наличие облачной версии;
- полноценная мультязычная поддержка (включая язык интерфейса, переводимые данные/мета-данные, локализованные единицы измерений и имена функций);
- графический, а не текстовый режим ввода математических выражений и их отображение в общепринятом виде;
- наличие системы меню и панелей инструментов, позволяющей вводить сложные математические выражения с минимальным использованием клавиатуры;
- всплывающее меню вставки встроенных функций и операторов при редактировании (как в визуальных средах программирования);
- создание документа происходит параллельно с отладкой и получением результатов;
- отображение двух- и трёхмерных графиков функций;
- возможность работы с файлами Mathcad (для этого нужно обновить до расширенной (платной) версии и установить библиотеку «XMCDFilesPlugin»);
- возможность проведения несложных символьных преобразований;
- работа со стандартными конструкциями программирования (if, for, while);

- поддержка следующих типов данных: действительные и комплексные числа, строки, алгебраические системы и матрицы;
- развитая поддержка единиц измерения (более двухсот встроенных, имеется возможность создания пользовательских единиц измерения);
- встроенный отладчик позволяет выполнять пошаговый анализ сложных вычислений;
- множество сторонних дополнений (в том числе и бесплатных);
- автоматическая проверка обновлений основного приложения.

К недостаткам программы SMath можно отнести – невысокие вычислительные возможности по решению сложных математических задач и небольшой набор встроенных функций. Отмеченные недостатки сглаживаются в ходе постоянного её совершенствования и использования дополнений.

После того как программа SMath запущена на выполнение, появляется основное окно приложения (рис. 1.1), которое содержит заголовок, главное меню, панель инструментов, рабочее поле и статусную строку.

Главное меню

В верхней части окна расположено главное меню, в котором сосредоточены основные действия, которые можно осуществлять в программе.

Меню «Файл» предназначено для работы с SMath-документами и включает следующие подпункты:

- создать расчет – открывается новый документ для расчетов;
- открыть – открывается один из сохраненных ранее документов;
- сохранить – сохраняется текущий документ;
- сохранить как – сохраняется текущий документ с новым именем;

- параметры страницы – задаются следующие параметры страниц документа: размер и ориентация бумаги, размер полей, колонтитулы и опции отображения листа;

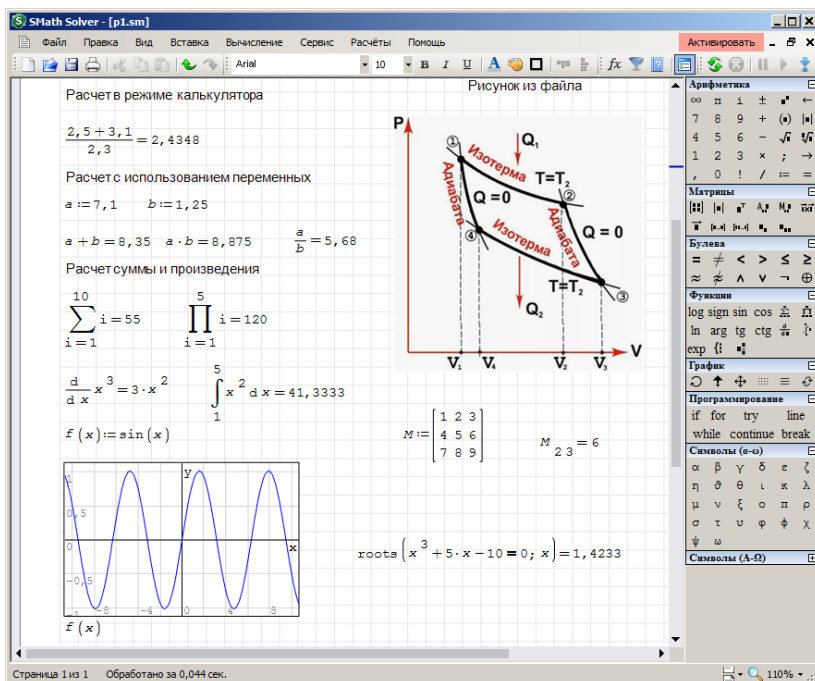


Рис. 1.1. Экранная форма программы SMath

- печать – выводится на печать текущий документ;
- предварительный просмотр – предоставляется возможность увидеть, как будет выглядеть документ для заданных параметров страницы при печати;
- свойства – задаются свойства текущего документа, такие как:

- 1) сводка: выбор языка, возможность введения «метаданных» (автор, название документа, перевод, краткое описание, компания, ключевые слова) и информации о файле (имя, тип, размер, размещение);

2) параметры файла (разрешить использование документа только для чтения и ярлык заготовки);

- последние файлы – отображается список последних открытых в программе документов;

- выход – закрывается окно программы SMath.

Меню «Правка» предназначено для редактирования и поиска информации в документе и включает следующие подпункты:

- отменить – отменяется последнее выполненное пользователем действие с документом;

- вернуть – возвращается последнее отменённое действие;

- вырезать – вырезается выделенная часть документа и помещается в буфер обмена;

- копировать – копируется выделенная часть документа и помещается в буфер обмена;

- вставить – вставляется ранее скопированный фрагмент документа из буфера обмена;

- удалить – удаляется выделенная часть документа;

- выделить все – выделяются все элементы в текущем документе;

- поиск – осуществляется поиск текста в документе;

- обновить – обновляется содержимое документа;

- отображать входные данные – при выборе данного вида отображения файла, будут показываться все введённые данные, при отключении – будут отображаться только результаты расчёта;

- переключить точку останова – используется при отладке вычислений в пользовательских функциях;

- отображать описание – осуществляется отображение/скрытие текстового описания применяемых конструкций создаваемых пользователем (удобно использовать для создания комментариев по реализуемым действиям);

- запретить вычисление – производится запрет вычисления выделенного выражения;

- без учёта единиц измерения – выполняются вычисления без учёта указанных единиц измерения;
- оптимизация – задаётся вид оптимизации при вычислениях (возможные значения: символьная, численная или отключена);
- точность ответа – задаётся количество значащих цифр при выводе результата (по умолчанию – 4);
- экспоненциальный порог – задаётся количество цифр, при котором произойдёт переключение формата отображения числа с обычной десятичной записи на экспоненциальную (научную) форму;
- вид ответа (дроби) – определяется вид представления дробного результата (возможные варианты: десятичные, обыкновенные, авто, по умолчанию);
- округление (к ближайшему чётному (банковское) / от нуля (математическое)).

Меню «Вид» предназначено для настройки режимов отображения содержимого документа и включает следующие подпункты:

- сетка – устанавливается вид отображения рабочего поля (в клетку или чистый лист);
- несколько страниц – устанавливается возможность работать с несколькими страницами одновременно (включено по умолчанию);
- окно вывода – позволяет внизу рабочего поля открыть дополнительное окно «вывод» и внести туда необходимую информацию;
- окно отладчика – открывается внизу рабочего поля, где отображается отладочная информация;
- динамическая помощь ввода – при выборе этого элемента автоматически предлагаются варианты завершения команд, параметров или синтаксиса по мере набора пользователем текста;
- всегда поверх других окон – обеспечивается расположение активного в текущий момент окна поверх других окон.

Меню «Вставка» предназначено для внедрения в лист документа объектов и включает следующие подпункты:

- матрица – осуществляется вставка матрицы, при этом в появляющемся окне необходимо задать требуемое количество строк и количество столбцов;
- функция – производится ввод встроенных функций, с использованием появляющегося окна с их перечнем;
- оператор – осуществляется выбор в окне логических выражений;
- единица измерения – производится ввод единицы измерения величины;
- поле – осуществляется добавление в документ информационного поля (например, текущее время или дата, номер страницы, номер версии документа и т.д.);
- фон – устанавливается фон к странице вычислений (позволяет загрузить имеющийся на компьютере пользователя фоновый рисунок, выбрать, на каких страницах он будет отображён);
- колонтитулы – производится редактирование нижнего или верхнего колонтитула;
- рисунок – осуществляется вставка рисунка из файла пользователя (подменю – «Из файла ...») или создаётся новый (подменю – «Создать») при использовании встроенного редактора, в котором рисование производится курсором мыши;
- график – добавляется двух- или трёхмерный график функции;
- область – формируется блок документа, который можно сворачивать (скрывать) и открывать;
- формула – добавляется шаблон формулы;
- разделитель – производится разделение документа на разные листы;
- текстовая область – обеспечивается вставка поясняющего текста в документ;
- защита элемента – осуществляется блокировка доступа или разблокировка защиты выделенного элемента (например, области) с использованием пароля.

Меню «Вычисление» содержит следующие действия:

- найти корни – определяются вещественные корни уравнения (при этом необходимо выделить неизвестную величину в уравнении);
- вычислить – производятся вычисления с учётом подстановок и сокращений;
- упростить – осуществляется упрощение выделенного выражения с учётом подстановок и сокращений;
- обратное значение – производится получение обратного значения в символьном или числовом виде;
- дифференцировать – осуществляется нахождение производной выражения по выделенной переменной;
- определитель – выводится определитель выделенной матрицы;
- автопересчёт – переключатель устанавливающий автоматический пересчёт выражений при изменениях в документе;
- при возникновении ошибки – устанавливается действие при возникновении ошибки в ходе расчёта (возможные значения: продолжить, приостановить или прервать);
- пересчитать лист – производится перерасчёт всего документа (такой же результат можно получить, если нажать клавишу F9);
- прервать вычисление – осуществляется прерывание проводимого расчёта.

Меню «Сервис» содержит следующие пункты:

- дополнения – отображается информация об используемых и доступных пакетах расширения программы;
- менеджер заготовок – осуществляется выбор уже созданных заготовок для выполнения расчёта;
- предпросмотр в SMath Viewer – производится просмотр того, как созданный документ будет выглядеть при открытии в SMath Viewer – упрощённой версии программы, предназначенной только для просмотра (без возможности редактирования);

- опции – в появляющемся окне задаются значения точности представления результата, диапазона поиска корней уравнений, а также настройки внешнего вида программы, включая цвета и языка интерфейса и т.п.

Меню «Расчеты» позволяет создать новый документ (пункт – «Создать расчет»), закрыть текущий документ (пункт – «Закрыть») или переключаться между открытыми в программе документами.








Меню «Помощь» открывает доступ к справочной информации (пункт – «Справочник ...»), примерам использования (пункт – «Примеры ...») и содержит краткое описание программы (пункт – «О программе ...»).



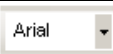
















Панель инструментов

Панель инструментов располагается под главным меню программы. Назначение используемых кнопок приведено в табл. 1.1 [5].

В правой части окна программы располагаются дополнительные панели, которые содержат кнопки для быстрого выполнения наиболее часто применяемых команд (см. рис. 1.1). Каждая такая панель может быть свёрнута (раскрыта) с помощью кнопки, расположенной в правом углу заголовка панели (☐).

Таблица 1.1. **Кнопки на панели инструментов**

Кнопка	Выполняемое действие, особенности
	Создаётся новый документ
	Открывается ранее созданный документ
	Сохраняется текущий документ
	Выводится на печать текущий документ
	Вырезается выделенная область с перемещением её в буфер обмена
	Копируется выделенная область с перемещением её в буфер обмена
	Вставляется в текущую позицию указателя содержимое буфера обмена

Кнопка	Выполняемое действие, особенности
	Отменяется последнее выполненное действие
	Возвращается отменённое ранее действие
	Осуществляется выбор типа шрифта (только для текстовых фрагментов)
	Проводится выбор размера шрифта
	Осуществляется форматирование текста: полужирный, наклонный, подчёркивание (только для текстовых фрагментов)
	Производится выбор цвета текста
	Проводится выбор цвета фона текста
	Устанавливается рамка (обрамление) на выделенный элемент
	Проводится выравнивание двух и более выделенных элементов по горизонтали
	Производится выравнивание двух и более выделенных элементов по вертикали
	Осуществляется вставка функции
	Производится вставка единиц измерения
	Осуществляется вызов математического справочника
	Показываются (или скрываются) боковые панели
	Производится пересчёт всех выражений в документе
	Принудительно останавливаются все вычисления в активном документе
	Приостанавливается выполнение расчёта
	Осуществляется продолжение выполнения расчёта
	Осуществляется отображение отладочной информации

Боковая панель «Арифметика» содержит (см. рис. 1.1) кнопки с цифрами 0...9, разделитель десятичной дроби (в зависимости от настроек программы – это может быть точка или запятая), букву π для одноименного числа, знак факториала «!», операции плюс/минус « \pm », элементарные арифмети-

ческие операции («+», «-», «*», «/»), возведения в степень « \square^\square » (то же самое действие выполняется при нажатии клавиши «^» на клавиатуре), взятия квадратного корня « $\sqrt{\square}$ » или корня n-ой степени « $\sqrt[n]{\square}$ », нахождения абсолютного значения числа « $|\square|$ ». Ещё на этой панели расположены кнопки удаления символа слева «←» и знаки присваивания «:=», символьного вычисления «→» и знак равенства «=» для вычисления в численной форме.

Боковая панель «Матрицы» включает кнопки по работе с матрицами и позволяет задать матрицу « $[\square\square]$ », вычислить её определитель « $|\square|$ », транспонировать матрицу « \square^T », создать матрицу при задании диапазона значений « $[\square..\square]$ » (или « $[\square;\square..\square]$ »), получить доступ к отдельному элементу « \square_\square » (или « $\square_{\square\square}$ »), вычислить произведение матриц и т.д.

Боковая панель «Булева» содержит знаки сравнения: меньше (<), больше (>), меньше или равно (\leq), больше или равно (\geq), равно (=), не равно (\neq), примерно равно (\approx), а также и логические операции отношения: отрицание (¬), «и» (∧), «или» (∨), «исключающее или» (⊕). Эти действия используются в основном при задании условий для функции if и в цикле for.

В боковой панели «Функции» представлены часто используемые математические функции: основные тригонометрические функции (sin, cos, tg, ctg), определенный интеграл ($\int\square$), взятие производной в точке или по переменной ($\frac{d}{dx}\square$), сумма элементов (Σ) и их произведение (Π), натуральный логарифм (ln), логарифм по произвольному основанию (log), экспонента (exp), знаки алгебраической системы ($\{\square\}$) и смешанного числа ($\square\frac{\square}{\square}$).

Боковая панель «График» содержит следующие кнопки для работы с графиками:

- вращать – позволяет вращать курсором мыши 3D-график;
- масштабировать – позволяет масштабировать график;

- перемещать – позволяет перемещать изображение внутри графика;
- график точками и график линиями – переключает режим отображения графиков с использованием точек или линий.

Боковая панель «Программирование» содержит средства программирования, позволяющие создавать тело программного блока («line»), задать условную функцию «if» или организовать циклические вычисления (циклы «for» и «while», а также действия по прерыванию «break» и продолжить выполнения цикла «continue»).

Боковые панели «Символы (α - ω)» и «Символы (A- Ω)» необходимы для вставки прописных и заглавных букв греческого алфавита.

Рабочее пространство

Рабочее пространство – это область, в которой могут отображаться текстовые блоки, расчётные выражения, графики и рисунки (см. рис. 1.1). Ввод этих объектов осуществляется там, где установлен курсор ввода, который имеет вид небольшого красного крестика. Чтобы переместить курсор, достаточно щёлкнуть указателем мыши в требуемом месте, либо передвинуть его при помощи клавиатуры клавишами смещения курсора.

Текстовые области

Документы SMath Studio могут содержать текстовые объекты, которые применяются для создания разного рода пояснений и комментариев. Для того чтобы ввести текст непосредственно в рабочую область документа SMath, достаточно непосредственно перед началом ввода текста нажать клавишу <". В результате в месте расположения курсора ввода появится область с характерным выделением, обозначающая, что её содержимое не будет восприниматься программой SMath в качестве формул, а станет простым текстовым блоком. Вводимый текст преобразуется в текстовый блок, если нажать клавишу пробел.

Особенностью SMath является то, что в текстовые области можно вставлять выражения с заданием значений переменной, также можно осуществлять вывод её значения.

Для описания реализуемых пользователем конструкций также можно использовать визуальный элемент – описание действий, который представляется собой жёлтую рамку с редактируемым текстом (рис. 1.2). Это описание перемещается вместе с комментируемой конструкцией. Создаётся этот элемент для активной конструкции при выборе подменю «Отображение описания» в главном (пункт «Правка») или контекстном меню.

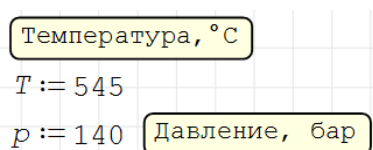


Рис. 1.2. Отображение описания действий в программы SMath

Вставка изображений

Часто бывает необходимо вставить в создаваемый документ изображение (см. рис. 1.1), что можно сделать несколькими способами:

- используя буфера обмена;
- из внешнего графического файла;
- создав изображение с помощью встроенного графического редактора.

Рисунок вставляется в документ SMath из буфера обмена либо командой «Вставить» из контекстного (появляется при нажатии правой кнопки мыши) или главного меню, или при нажатии комбинации клавиш Ctrl+V.

Для того чтобы вставить рисунок из внешнего графического файла, необходимо щёлкнуть левой клавишей мыши на свободном месте рабочего листа и затем выполните следующие действия:

- выбрать главное меню «Вставка», пункт «Рисунок», подпункт «Из файла...»;

- с помощью стандартного диалогового окна открытия файла укажите путь к интересующему файлу;

- нажать кнопку «Открыть»;

при этом изображение, находящееся в файле, будет вставлено на рабочий лист.

Вставленные таким образом рисунки можно перемещать, копировать, а также изменять их размер. Вставить рисунок в рабочий лист можно из файлов форматов – bmp, gif, jpg, png и ico.

Имеющийся в SMath встроенный графический редактор позволяет создавать изображения непосредственно в самой программе. Для этого необходимо щёлкнуть левой клавишей мыши на свободном месте рабочего листа и из главного меню «Вставка» выбрать пункт «Рисунок» подпункт «Создать» (это можно сделать и нажав комбинацию клавиш Ctrl+T).

В открывшейся области рисования нужно установить курсор и, нажав левую клавишу мыши, рисовать нужное изображение. В этом редакторе отсутствуют стандартные автофигуры, поэтому этот способ создания рисунков является неудобным. Кроме того, нарисованное таким образом изображение нельзя масштабировать. При попытке изменения размера изображения его часть удаляется без возможности дальнейшего восстановления.

Облачная версия программы

Кроме настольной версии программы можно использовать облачную версию программы SMath Studio, которая представляет собой математический онлайн редактор. При этом нет необходимости что-либо устанавливать на компьютер или иное устройство – всё, что нужно, это веб-браузер. Облачная версия программы доступна по электронному адресу – <https://smath.com/ru-RU/cloud?lang=rus&referer=1111>.

Общий вид облачной версии программы SMath представлен на рис. 1.3.

Основные расчётные возможности облачной версии программы практически такие же, как у настольной версии. Она имеет определённые функциональные ограничения (невоз-

возможность установки дополнений, выравнивать расположение элементов в документе и т.д.), некоторые из которых снимаются после получения и использования личного аккаунта (для этого нужно зарегистрироваться, указав адрес электронной почты и пароль). Часть ограничений снимается при переходе на платную версию. Для работы с облачной версией программы требуется постоянный доступ в Интернет.

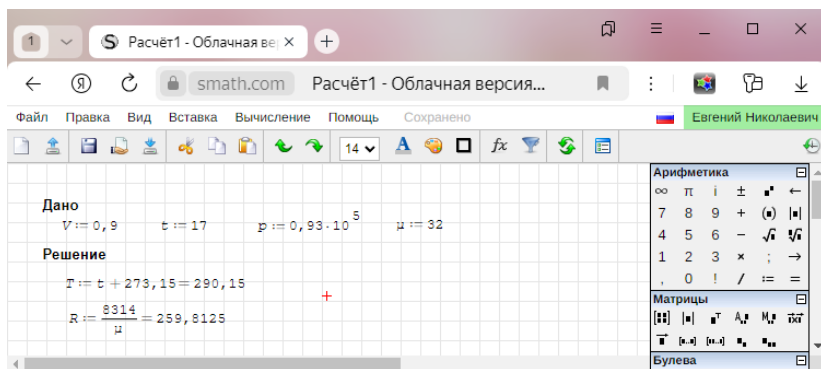


Рис. 1.3. Вид облачной версии программы SMath

Для загрузки внешнего файла пользователя в облачную версию программы используется пункт «Загрузить» главного меню «Файл», для скачивания созданного документа на компьютер пользователя используется пункт меню «Скачать как...».

1.2. Выполнение алгебраических расчётов

Ввод формулы в рабочем пространстве программы осуществляется там, где установлен курсор ввода, который имеет вид небольшого красного крестика. Чтобы переместить курсор, достаточно щёлкнуть указателем мыши в требуемом месте либо передвинуть его клавишами перемещения курсора. Если выполнить щелчок в области формулы или начать ввод выражения на пустом месте, вместо курсора появятся линии редактирования, отмечающие место в формуле, редактируемое в данный момент.

Переменные

При выполнении расчётов широко используются переменные. Имена (идентификаторы) переменных и пользовательских функций могут иметь практически любую длину, и в них могут входить любые русские, латинские и греческие буквы, знак подчеркивания «_», а также цифры, однако идентификатор должен начинаться только с буквы, например, x , x_1 , α , η , β . Имя переменной может содержать и спецсимволы, например, пробел, символы «+», «-» и т.д. Для их ввода необходимо нажать сочетание клавиш Shift+Ctrl+k, что изменяет цвет курсора с синего на красный. При этом программа переходит в режим, позволяющий ввести в имя переменной спецсимволы. Повторное нажатие этой комбинации клавиш возвращает курсору синий цвет.

Для формирования нижнего индекса в имени переменных используется точка (а также запятая), т.е. для получения имени « h_0 » необходимо последовательно вводить символы « h », « $.$ » (или « $,$ ») и « 0 ».

Строчные и прописные буквы в идентификаторах разделяются. Идентификаторы должны быть уникальными, то есть они не могут совпадать с именами встроенных или определенных функций.

Некоторые имена в SMath зарезервированы под системные переменные, которые называются встроенными константами. Примеры математических констант:

$$e = 2,71828 \quad \pi = 3,14159 \quad \infty = \infty.$$

Для того чтобы присвоить некоторой переменной определенное значение, необходимо ввести имя этой переменной, поставить знак присвоения «:=» и задать требуемое значение. Например:

$T := 298$ *Присвоить переменной T значение 298*

Оператор присваивания вводится нажатием клавиши двоеточия «:» (последующий знак «=» добавляется SMath

автоматически) либо с помощью соответствующей кнопки на дополнительной панели «Арифметика».

Значения переменных можно изменить в любой момент, отредактировав соответствующую формулу. При этом автоматически пересчитываются все формулы, которые прямо или косвенно зависят от данной переменной.

Для того чтобы получить численное значение переменной, выражения или функции, необходимо использовать оператор численного вычисления «=». Например,

$t := 18,1$ *Присвоить переменной t значение*

$t = 18,1$ *Вывести значение переменной t*

Как отмечалось ранее, в текстовые области можно вставлять выражения с заданием значения переменной, а также осуществлять вывод её значения при нажатии клавиши «=». Для предотвращения выполнения указанных действий, необходимо между текстом и знаком равенства ставить символ "пробел". Кроме того, вместо знака равенства можно поставить знак тождественности (\equiv), который появляется при нажатии комбинации клавиш Ctrl+=.

Пример 1.1

Текста SMath-документа

В баллоне вместимостью $V := 1$ м³ находится кислород при температуре $t := 17$ °C

Использование переменных, заданных в текстовом блоке

$V = 1$ $T := t + 273,15 = 290,15$

Переменные в SMath могут быть следующих типов: числовые, строки (текст заключенный в двойные кавычки) и массивы. Тип переменной устанавливается автоматически и определяется вводимым значением. Например,

$x := \text{"Это текст"}$ *Переменная x имеет тип строка*

$x := 5,8$ *Переменная x имеет тип число*

$x = 5,8$

Арифметические вычисления

Для ввода числовых значений и математических выражений используются клавиатура, дополнительные панели в правой части окна программы, подпункты меню «Вставка».

Математические вычисления можно проводить в режиме калькулятора (арифметические вычисления без использования переменных), например:

$$3 + 2 = 5 \qquad \cos(0,5) = 0,877583$$

Однако чаще всего расчёты проводятся с использованием переменных, например

$$t := 18,1$$

$$T := t + 273,15 \qquad T = 291,25$$

Пример 1.2. Вычислить значение молярной массы для углекислого газа.

Текст SMath-документа

Задание молярных масс химических элементов, г/моль (кг/кмоль)

$$\mu_{\text{C}} := 12$$

$$\mu_{\text{O}} := 16$$

Расчёт молярной массы углекислого газа, кг/кмоль

$$\mu_{\text{CO}_2} := \mu_{\text{C}} + \mu_{\text{O}} \cdot 2$$

$$\mu_{\text{CO}_2} = 44$$

Получение результата расчёта

В расчётных выражениях удобно сочетать и знак присваивания, и знак получения значения, например:

$$t := 18 \qquad T := t + 273,15 = 291,15$$

Количество цифр после запятой для десятичной дроби задаётся в контекстном меню «Точность ответа».

Программа SMath позволяет иметь в качестве разделителя целой и дробной части десятичного числа либо точку, либо запятую. Разделяющий символ настраивается через главное меню «Сервис» пункт «Опции», поле «Разделитель целой и дробной части».

При вводе формулы часть символов, выделяется уголком – это операнд для следующей операции. Для перемещения уголка на уровень выше используется клавиша «пробел», для движения по уровням клавиши со стрелками. Например, для ввода выражения $\frac{a+b}{c}+d$ в SMath нужно после ввода «a+b» нажать клавишу «пробел», чтобы уголок маркера охватил все выражение, далее нажать оператор «деления» («/») и символ «с», затем опять клавишу «пробел», чтобы маркер охватил всю дробь и только после этого вводить «+» и символ «d».

При вводе открывающейся скобки SMath сразу вставляет и закрывающуюся скобку. Поэтому после ввода в скобки переменной, перед заданием следующей операции, нужно предварительно выйти из скобки, нажав, например, клавишу «пробел».

Наиболее частая ошибка при вводе сложных формул заключается в том, что в процессе ввода пользователь неосторожно выходит из указанной рамки ввода (при этом рамка исчезает и в рабочей области появляется указатель ввода) и всё равно продолжает ввод. При этом на листе вместо одной обычно оказываются две формулы, каждая из которых – лишь часть требуемой. Проблема в том, что визуально эти две формулы могут находиться близко друг к другу и выглядеть как единое целое, но это не так. Единственный способ проверить целостность формулы – щёлкнуть по ней мышью. Если формула единая, тогда в рамке ввода окажется вся формула.

Пример 1.3. В баллоне вместимостью 0,9 м³ находится газообразный кислород при температуре 17 °С. Абсолютное давление газа в баллоне 0,93 бар. Рассчитать массу газа в баллоне [7].

Текст SMath-документа

Исходные данные

$V := 0,9$	Объём газа в баллоне, м3
$t := 17$	Температура газа, °С
$p := 0,93$	Давление газа, бар

$$p := p \cdot 10^5 = 0,93 \cdot 10^5 \quad \text{Давление газа, Па}$$

Перевод температуры из размерности градусов Цельсия в Кельвина

$$T := t + 273,15 = 290,15$$

Задание молярной массы молекулярного кислорода (O₂), кг/кмоль

$$\mu := 2 \cdot 16 = 32$$

Задание значения универсальной газовой постоянной, Дж/(кмоль·К)

$$R_\mu := 8314$$

Газовая постоянная кислорода, Дж/(кг·К)

$$R := \frac{R_\mu}{\mu} = 259,812$$

Из уравнения состояния идеального газа, масса кислорода, кг

$$m := \frac{pV}{RT} = 1,11$$

В SMath переменные можно задавать в любой последовательности, так как система автоматически определяет зависимости между переменными и вычисляет их в правильном порядке. Только переменные должны быть определены до знака вывода результата.

Например,

$$y := x + 2$$

$y =$ *Расчёт не проводится – переменная x неопределенна*

$$x := 5$$

$y = 7$ *Расчёт проводится*

Часто при вводе громоздких формул недостаточно места по ширине рабочего пространства, для переноса части формулы на другую строку используется комбинация клавиш – Shift+Enter.

В SMath имеется возможность вывода численных значений переменных, записанных в формуле. Для этого необходимо отключить оптимизацию при вычислениях – на формуле нажать правую клавишу мыши, в появившемся контекстном меню в пункте «Оптимизация» выбрать значение «Отключить».

Пример 1.4. Рассчитать газовую постоянную для метана (CH_4).

Текст SMath-документа

Задание молярных масс химических элементов, кг/кмоль

$$\mu_{\text{C}} := 12 \qquad \mu_{\text{H}} := 1$$

Расчёт молярной массы метана, кг/кмоль

$$\mu := \mu_{\text{C}} + 4 \cdot \mu_{\text{H}} = 12 + 4 \cdot 1 \qquad \text{Оптимизация выключена}$$

$$\mu = 16 \qquad \text{Оптимизация по умолчанию – численная}$$

Задание значения универсальной газовой постоянной, Дж/(кмоль·К)

$$R_{\mu} := 8314$$

Газовая постоянная метана, Дж/(кг·К)

$$R := \frac{R_{\mu}}{\mu} = \frac{8314}{12 + 4 \cdot 1} \qquad \text{Оптимизация выключена}$$

$$R = 519,625 \qquad \text{Оптимизация по умолчанию – численная}$$

В программе SMath результат расчёта можно выводить в виде десятичной или в виде обыкновенной дроби, в зависимости от значения пункта меню «Вид ответа (дроби)».

Например,

$$\frac{2+3}{11} = 0,454545 \qquad \text{Значение пункт меню – десятичные}$$

или

$$\frac{2+3}{11} = \frac{5}{11} \qquad \text{Значение пункт меню – обыкновенные}$$

Создание пользовательской функции

Создание пользовательских функций может быть полезным для упрощения и автоматизации рутинных операций. Это позволяет упростить и ускорить процесс работы с данными, а также улучшить читаемость и структурированность кода. Создание пользовательских функций также помогает избежать повторения одного и того же кода, что уменьшает вероятность ошибок и улучшает общую эффективность работы.

В SMath можно определять функции пользователя от одного или нескольких аргументов.

Пример 1.5. Рассчитать значения удельной изохорной теплоёмкости для идеальных газов: а) кислорода; б) гелия; в) углекислого газа.

Текст SMath-документа

Определение пользовательской функции по расчёту удельной массовой изохорной теплоёмкости идеального газа в зависимости от молярной массы газа μ и числа степеней свободы i , Дж/(кг К)

$$c_v(\mu; i) := \frac{8314}{2 \cdot \mu} \cdot i$$

Использование пользовательской функции

$$\mu_{O_2} := 32 \qquad i_{O_2} := 5$$

$$c_v(\mu_{O_2}; i_{O_2}) = 649,531 \qquad \text{а) для кислорода } O_2$$

$$c_v(4; 3) = 3117,75 \qquad \text{б) для гелия } He$$

$$c_v(44; 6) = 566,864 \qquad \text{в) для углекислого газа } CO_2$$

Встроенные функции

Выбор главного меню «Вставка» пункта «Функция...» позволяет вводить встроенные функции (рис. 1.3), которые сгруппированы по разделам: «Матрицы и векторы», «Комплексные числа», «Тригонометрические», «Гиперболические», «Программирование», «Строки» и «Файлы». Наиболее часто используемые из них представлены в табл. 1.2.

В поле «Описание» окна вставки функции даётся синтаксис функции и её описание (см. рис. 1.4). Знание синтаксиса позволяет не использовать вставку функций через меню, а набирать непосредственно имя функции при помощи клавиатуры. Некоторые из функций в процессе набора меняют свой вид, как, например, функция модуля $\text{abs}(x)$ превращается в $|x|$.

В поле «Пример» окна вставки функции отображается пример использования с учётом того, как функция будет выглядеть. Это помогает разобраться с тем, какие аргументы

для функции требуются, и как она будет выглядеть после их задания.

Таблица 1.2. Наиболее часто используемые математические функции в SMath

Функция(аргумент)	Возвращает
abs(x)	Значение модуля числа x
lg(x)	Десятичный логарифм числа x
mod(x; y)	Остаток от деления x на y
random(x)	Случайное число в диапазоне 1..x
round(x; n)	Округление числа до n знаков после запятой
trunc(x)	Целую часть числа x

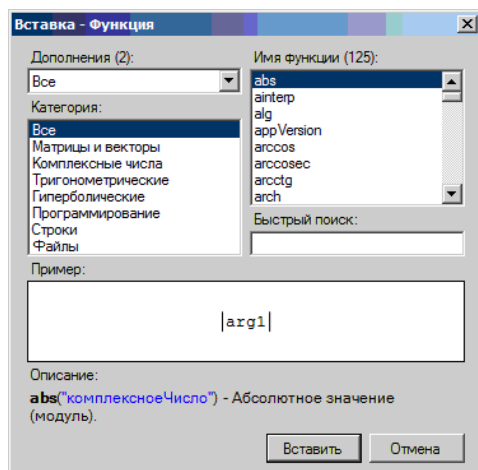


Рис. 1.4. Экранная форма SMath (вставка встроенной функции)

Работа с матрицами

SMath работает с векторами и двумерными матрицами. С элементами матриц можно работать так же, как и с обыкновенными элементами, т.е. присваивать им значения с помощью оператора присваивания «:=», выводить с помощью оператора вывода «=». Векторы и матрицы можно задать, воспользовавшись комбинацией клавиш Ctrl+M или пиктограммой с изображением шаблона матрицы на палитре

«Матрица» («[□□]»). Это вызывает появление диалогового окна (рис. 1.5), в котором надо указать размер матрицы, т.е. количество её строк и столбцов. Для доступа к отдельному элементу матрицы указывается индекс элемента с помощью кнопки с надписью «□□», расположенной в палитре «Матрица» (или нажать клавишу «[»). Нумерация элементов в матрице начинается с 1.

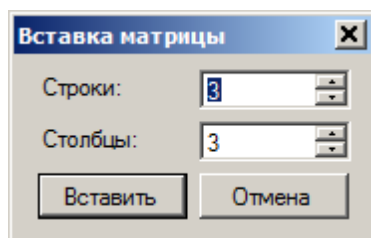


Рис. 1.5. Диалоговое окно запроса размерности создаваемой матрицы

Примеры работы с матрицами:

$$a := \begin{bmatrix} 5,1 \\ 7,2 \\ 3,4 \end{bmatrix} \quad \text{Задание матрицы}$$

$$a_1 := 5,5 \quad \text{Задание значения элемента с индексом 1}$$

$$a = \begin{bmatrix} 5,5 \\ 7,2 \\ 3,4 \end{bmatrix} \quad \text{Матрица после изменения}$$

$$a_2 = 7,2 \quad \text{Вывод значения элемента матрицы с индексом 2}$$

Иногда требуется изменить число строк и столбцов в уже имеющейся матрице. Это можно сделать несколькими способами:

- в любой матрице или векторе выделить «уголком» всю матрицу, в правом нижнем углу появится чёрный квадратик. Растягивая (или наоборот, сжимая) его мышью, можно установить требуемый размер матрицы;

- увеличить число строк в векторе можно ещё, установив маркер на нижний элемент, нажав клавишу «;». Уменьшить число строк в векторе можно с помощью клавиши Del.

При увеличении размера матрицы SMath добавляет пустые строки внизу, пустые строки справа. При уменьшении размера матрицы, происходит удаление строк снизу, столбцов справа с потерей всей информации, содержащихся в них.

Матрицы часто используются для хранения данных, т.е. являются массивами. В расчётах можно использовать и матричные операции.

Наиболее часто используемые матричные операции вынесены на боковую панель «Матрицы».

Пример 1.6. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 11 \end{cases}$$

методом обратной матрицы.

Решение

Суть метода обратной матрицы состоит в следующем:

$$X = A^{-1} \times B,$$

где X – матрица корней; A^{-1} – обратная матрица коэффициентов при неизвестных в системе уравнений; B – матрица свободных членов.

Проверку полученных результатов можно осуществить следующим образом – должно выполняться следующее равенство: $A \times X = B$.

Текст SMath-документа

Матрица коэффициентов при неизвестных в системе уравнений

$$A := \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

Матрица свободных членов в системе уравнений

$$B := \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Проверка условия невырожденности матрицы A

$$|A| = 15$$

Определитель матрицы A не равен нулю, следовательно, решение системы линейных уравнений существует и оно единственное.

Нахождение матрицы корней системы уравнений

$$X := A^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Проверка найденных корней системы уравнений

$$A \cdot X = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 11 \end{bmatrix}$$

или результат сравнения

$$A \cdot X - B = 1$$

Признак выполнения равенства

или

$$A \cdot X - B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Таким образом, результат произведения массива коэффициентов при неизвестных A и массива корней X равен массиву свободных членов системы уравнений. Следовательно, корни найдены правильно.

Часто для создания более компактных документов удобнее задавать массив в виде вектора с транспонированием (операции, при которой столбцы матрицы меняются местами со строками). Транспонирование матрицы осуществляется с помощью кнопки с изображением « \square^T », расположенной в палитре «Матрица». Например:

$$t := [10 \ 20 \ 30]^T \quad \text{Задание вектора}$$

$$t = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix} \quad \text{Результат транспонирования}$$

В SMath встроена возможность задания массива через диапазон значений: $\text{Name} := [\text{Nbegin} \dots \text{Nend}]$ (например, $n := [1 \dots 5]$). Здесь Name – имя переменной, Nbegin – её начальное значение, Nend – конечное значение, \dots – символ, указывающий на изменение переменной в заданных пределах. Шаблон этой конструкции появляется после выбора кнопки с изображением « $[\square \dots \square]$ » на дополнительной панели «Матрица». Если $\text{Nbegin} < \text{Nend}$, то шаг изменения переменной равен +1, в противном случае – -1. Например,

$$x := [1 \dots 5]$$

$$x^T = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$$

Пример 1.7. Определить удельную массовую изобарную теплоёмкость смеси идеальных газов, содержащей 3 кг диоксида углерода CO_2 , 2 кг азота N_2 и 1 кг кислорода O_2 , считая, что газы: а) реальные; б) идеальные. Температура смеси газов составляет 25°C .

Текст SMath-документа

Задание номеров элементов массива

$$\text{CO}_2 := 1 \quad \text{N}_2 := 2 \quad \text{O}_2 := 3$$

Задание массы отдельных газов в элементах массива, кг

$$m_{\text{CO}_2} := 3 \quad m_{\text{N}_2} := 2 \quad m_{\text{O}_2} := 1$$

Масса смеси газов, кг

$$m_{\text{см}} := \sum_{k=\text{CO}_2}^{\text{O}_2} m_k = 6$$

Расчёт массовых долей газов

$$n := [1 \dots 3]$$

$$g_n := \frac{m_n}{m_{\text{см}}} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,3333 \\ 0,1667 \end{bmatrix}$$

а) Расчёт для реальных газов

Удельные массовые изобарные теплоёмкости газов при температуре 25 °С (справочные данные), Дж/(кг·К)

$$C_{pCO_2} := 827,6 \quad C_{pN_2} := 1039,5 \quad C_{pO_2} := 916,9$$

Удельная массовая изобарная теплоёмкость смеси газов, Дж/(кг·К)

$$C_{pсм} := \sum_{k=CO_2}^{O_2} g_k \cdot C_{p_k} = 913,117$$

б) Расчёт по модели идеального газа

Функция по расчёту удельной изобарной теплоёмкости в зависимости от числа степеней свободы i и молярной массы μ

$$R_\mu := 8314 \text{ Универсальная газовая постоянная, Дж/(кмоль·К)}$$

$$fC_p(i; \mu) := \frac{R_\mu}{2 \cdot \mu} \cdot (i + 2)$$

Удельные массовые изобарные теплоёмкости газов, Дж/(кг·К)

$$C_{pCO_2} := fC_p(6; 44) = 755,818$$

$$C_{pN_2} := fC_p(5; 28) = 1039,25$$

$$C_{pO_2} := fC_p(5; 32) = 909,344$$

Удельная массовая изобарная теплоёмкость смеси газов, Дж/(кг·К)

$$C_{pсм} := \sum_{k=CO_2}^{O_2} g_k \cdot C_{p_k} = 875,883$$

Для задания массива можно использовать конструкцию с заданием второго значения (шаблон которой появляется при нажатии кнопки с изображением « $\begin{bmatrix} \square & \square & \square \end{bmatrix}$ » на палитре «Матрица»): Name := [Nbegin; (Nbegin+Step) .. Nend], где Step – заданный шаг изменения переменной. Например, запись:

$$x := [1; 1,1 \dots 2]$$

или

$$x := [1; 1 + 0,1 \dots 2]$$

означает создание матрицы-столбца (вектора) x , заполненной числами в диапазоне от 1 до 2 с шагом 0,1. Результатом

использования этой конструкции будет создание массива содержащего следующие числа:

$$x^T = [1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 6, 1, 7, 1, 8, 1, 9, 2]$$

Наиболее часто используемые математические функции по работе с матрицами представлены в табл. 1.3.

Таблица 1.3. **Наиболее часто используемые функции в SMath по работе с матрицами**

Функция(аргумент)	Действие
augment(M1; M2)	Объединяет матрицы (M1, M2) по столбцам
col(M; m)	Возвращает столбец m матрицы M
cols(M)	Возвращает количество столбцов матрицы M
el(M;n)	Возвращает n элемент вектора M
el(M;n;m)	Возвращает указанный элемент вектора M по указанной строке n и столбцу m
length(M)	Общее количество элементов матрицы M
submatrix(M; n1; n2, m1; m2)	Выделяет из основной матрицы M подматрицу путём выделения строк с n1 по n2 и столбцов с m1 по m2
sort(M)	Проводится сортировка элементов матрицы M в порядке возрастания
csort(M;n)	Сортировка элементов матрицы M в указанном столбце n в порядке возрастания
rsort(A;n)	Сортировка элементов матрицы в указанной строке n в порядке убывания
stack(M1; M2)	Объединяет матрицы (M1, M2) по строкам
row(M; n)	Возвращает строку n матрицы M
rows(M)	Возвращает количество строк матрицы M
max(M)	Определяет максимальный элемент матрицы M
min(M)	Определяет минимальный элемент матрицы M

Пример 1.8. Организовать проведение многовариантных расчётов по определению удельного объёма идеального газа кислорода O_2 ($\mu=32$ кг/кмоль) при давлении p и температуре t

№ варианта	1	2	3	4
p, бар	2	4	3	8
t, °C	18	25	51	36

Текст SMath-документа

$\mu := 32$ Молярная масса кислорода, кг/кмоль

Определение матрицы с исходными данными (первая колонка этой матрицы – поясняющий текст)

$$M := \begin{bmatrix} \text{"№ варианта"} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \text{"p, бар"} & 2 & 4 & 3 & 8 \\ \text{"t, °C"} & 18 & 25 & 51 & 36 \end{bmatrix}$$

Номер варианта исходных данных, для которых требуется произвести расчёт

$N := 2$ Корректируется в зависимости от требуемого расчётного варианта

Получить данные по требуемому варианту

$$\begin{bmatrix} \text{№} \\ p \\ t \end{bmatrix} := \text{col}(M; N + 1) = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 25 \end{bmatrix}$$

$p = 4$ $t = 25$ Контроль правильности используемых данных

Расчёт удельного объёма кислорода по уравнению состояния идеального газа

$$v := \frac{\frac{8314}{\mu} \cdot (t + 273,15)}{p \cdot 10^5} = 0,193658 \text{ м}^3/\text{кг}$$

Решение уравнений

Для решения алгебраических уравнений с одним неизвестным вида $f(x)=0$ применяется встроенная в SMath функция **roots**([вектор1]; [вектор2]), возвращающая значение переменной, при котором выражение равно 0 с заданной точностью. В качестве первого аргумента задаётся решаемое уравнение (между правой и левой частями уравнения ставится символ логического равенства «=») или функция решаемого уравнения (часть уравнения отличная от нуля) [17]. В качестве второго аргумента – искомый корень. Функция реализует вычисления итерационным методом.

Пример 1.9. Найти корень уравнения $2,1x^2 - 7,2x + 5,4 = 0$.

Текст SMath-документа

Нахождение корня при задании решаемого уравнения:

$$\text{roots}(2,1x^2 - 7,2x + 5,4 = 0; x) = 1,1082$$

Нахождение корня при задании функции решаемого уравнения:

$$\text{roots}(2,1x^2 - 7,2x + 5,4; x) = 1,1082$$

Нахождение корня при задании начального приближения искомого корня:

$$\text{roots}(2,1x^2 - 7,2x + 5,4 = 0; x; 1) = 1,1082$$

$$\text{roots}(2,1x^2 - 7,2x + 5,4 = 0; x; 4) = 2,3204$$

Для нахождения действительных корней уравнения используется функция **solve**(выражение; переменная). Если корней несколько, то функция показывает их в виде матрицы. Если уравнение действительных корней не имеет, то формула обрамляется красной рамкой и под ней появляется надпись «Действительных корней нет».

Пример 1.10. Найти корень уравнения $x^2 + 2x - 4 = 0$.

Текст SMath-документа

$$\text{solve}(x^2 + 2 \cdot x - 4; x) = \begin{bmatrix} -3,2361 \\ 1,2361 \end{bmatrix}$$

Для решения уравнения можно задавать отрезок нахождения корня.

Пример 1.11. Найти корень уравнения $x^2 + 2x = 4$ на отрезке $[0; 10]$.

Текст SMath-документа

Нахождение корня при задании функции решаемого уравнения (искомое уравнение преобразуется – всё переносится в левую сторону)

$$\text{solve}(x^2 + 2 \cdot x - 4; x; 0; 10) = 1,2361$$

Нахождение корня при задании решаемого уравнения

$$\text{solve}(x^2 + 2 \cdot x = 4; x; 0; 10) = 1,2361$$

Решение систем уравнений

При помощи функции `roots` можно решать системы уравнений. При этом в качестве первого аргумента нужно задать решаемую систему уравнений (с использованием массива), второго – переменные, которые являются неизвестными.

Пример 1.12. Найти корни системы уравнений:

$$\begin{cases} -x^2 - y + x = 2, \\ 5 \cdot x = 2 \cdot y + 7. \end{cases}$$

Текст *SMath*-документа

Решение системы уравнений с использованием функции `roots`

$$\text{roots}\left(\begin{bmatrix} -x^2 - y + x = 2 \\ 5 \cdot x = 2 \cdot y + 7 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0,6861 \\ -1,7846 \end{bmatrix}$$

или

$$\text{roots}\left(\begin{bmatrix} -x^2 - y + x - 2 \\ 5 \cdot x - 2 \cdot y - 7 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0,6861 \\ -1,7846 \end{bmatrix}$$

Нахождение значения определённого интеграла

В *SMath* можно вычислить значение только определённого интеграла.

Чтобы вычислить значение интеграла, необходимо использовать кнопку (\int) на боковой панели инструментов «Функции» или можно воспользоваться главным меню «Вставка», пунктом «Функция...» и функцией `int`. При этом появляется заготовка с символом интеграла и местозаполнителями. Необходимо в местозаполнители ввести пределы интегрирования, подынтегральную функцию и переменную интегрирования. Для получения результата в численном виде нужно нажать знак «=».

Пример 1.13. Истинная удельная массовая изохорная теплоёмкость углекислого газа в диапазоне температур 200–1500 К описывается эмпирической, полиномиальной зависимостью:

$$c_v(T) = 432 + 0,924T - 4,84 \cdot 10^{-4} T^2 + 9,39 \cdot 10^{-8} T^3.$$

В изохорном процессе 5 кг углекислого газа нагревается от 20 до 700 °С. Определить теплоту этого процесса.

Решение

Для изохорного процесса теплота рассчитывается, Дж

$$Q = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = m \cdot c_v \cdot (t_2 - t_1),$$

где m – масса газа, кг; c_v – удельная массовая изохорная теплоёмкость газа, Дж/(кг·К); T_1, T_2 – температура в начале и конце процесса, соответственно, К; t_1, t_2 – температура в начале и конце процесса, соответственно, °С.

Текст SMath-документа

Задание массы углекислого газа, кг

$$m := 5$$

Температуры в начале и конце процесса, К

$$T_1 := 20 + 273,15 = 293,15$$

$$T_2 := 700 + 273,15 = 973,15$$

Молярная масса углекислого газа, кг/кмоль

$$\mu = 44,01$$

Формула по расчёту количеству теплоты процесса

$$Q := m \cdot q$$

а) Расчёт для реального газа

Функция расчёта массовой изохорной теплоёмкости CO₂ в зависимости от температуры, Дж/(кг·К)

$$c_v(T) = 432 + 0,924 \cdot T - 4,84 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 + 9,39 \cdot 10^{-8} \cdot T^3$$

Из справочника: при температуре 50 °С $c_v = 0,6799$ кДж/(кг·К),

а при 700 °С – $c_v = 1,0387$ кДж/(кг·К)

Результаты расчёта, используя библиотеку CoolProp (см. п. 3.1):

при температуре 50 °С $c_v = 682,1$ Дж/(кг·К)

при температуре 700 °С $c_v = 1037,73$ Дж/(кг·К)

Результаты расчёта по эмпирической зависимости

$$c_v(50+273,15) = 683,22$$

$$c_v(700+273,15) = 959,37$$

Ошибки аппроксимации эмпирической формулы

$$\frac{|c_v(323,15) - 679,9|}{679,9} \cdot 100 = 0,4879 \quad \frac{|c_v(973,15) - 1038,7|}{1038,7} \cdot 100 = 7,6374$$

Удельная теплота процесса, Дж/кг

$$q = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT = 567841,60$$

Теплота процесса, МДж

$$Q \cdot 10^{-6} = 2,8392$$

б) Расчёт по средней температуре реального газа

Средняя температура процесса, К

$$T_{cp} := \frac{T_1 + T_2}{2} = 633,15$$

Удельная изохорная теплоёмкость CO₂ при средней температуре, Дж/(кг·К)

$$c_v(T_{cp}) = 946,84$$

Удельная теплота изохорного процесса, Дж/кг

$$q = c_v(T_{cp}) \cdot (T_2 - T_1) = 575850,23$$

Теплота процесса, МДж

$$Q \cdot 10^{-6} = 2,8793$$

в) Расчёт по модели идеального газа

$$R_\mu := 8314 \text{ Универсальная газовая постоянная, Дж/(кмоль·К)}$$

Удельная массовая изохорная теплоёмкость CO₂, Дж/(кг·К)

$$c_v := \frac{R_\mu}{2 \cdot \mu} \cdot 6 = 566,73$$

Удельная теплота изохорного процесса, Дж/кг

$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) = 385379,69$$

Теплота процесса, МДж

$$Q \cdot 10^{-6} = 1,9269$$

Таким образом, расчёт по моделям реального и идеального газа позволили получить результаты, отличающиеся практически в 1,5 раза. Такое существенное различие можно объяснить тем, что в реальном газе при высоких температурах «включаются» колебательные степени свободы, что увеличивает теплоём-

кость. В заданном диапазоне температур модель идеального газа неприменима из-за зависимости теплоёмкости от температуры. Для точных расчётов необходимо использовать данные для реального газа, учитывать зависимость теплоёмкости от температуры.

1.3. Построение графиков функций

В компьютерной программе SMath можно строить двухмерные и трехмерные графики функции только в декартовой системе координат. Вставить график в документ можно при помощи главного меню «Вставка», подменю «График» (2D-график можно вставить, используя комбинацию клавиш Shift+@).

При этом появляется заготовка графика. В появившейся заготовке необходимо в местозаполнителе, который расположен в левом нижнем углу, указать функцию графика. Функция может быть задана аналитически или двумя векторами.

График функции, заданной аналитически

Особенностью SMath при построении графика заданной аналитически функции одной переменной является то, что на поле графика эта переменная должна быть обязательно обозначена латинской буквой x . При использовании любого другого символа программа выдаёт сообщение, что переменная не определена. В самой же функции, которая задана до графика, эта переменная (аргумент) может быть обозначена любой другой буквой.

В местозаполнителе графика функции можно вводить как имя функции, так и её формулу. Если на одном графике нужно построить графики нескольких функций, то в местозаполнителе нужно вставить знак системы ($\{\square\}$) с боковой панели «Функции». По умолчанию в системе вставятся две строки, размерность системы можно увеличить двумя способами:

- поставив маркер на нижнюю строку системы, и нажав на клавиатуре знак разделителя аргументов (по умолчанию в программе это знак точки с запятой);

- растягивая вниз чёрный квадратик, справа на нижней границе системы.

В SMath нельзя задать пределы изменения аргумента перед построением графика. Независимо от пределов, в которых строится график, пределы осей на полотне графика вставляются всегда одинаковые (от -12 до $+12$ по оси x и от -8 до $+8$ по оси y). Если график меньше или больше этих пределов, полотно приходится масштабировать вручную, щёлкая по графику и вращая колёсико мыши (масштабируется по обеим осям) или колёсиком мыши и нажатой клавишей Shift (масштабируется по оси x), или Ctrl (масштабируется по оси y).

Для работы с графиком есть специальная боковая панель «График», которая была описана ранее.

Пример 1.14. Построить график функции $y(x) = \frac{17 - x^2}{4x - 5}$.

Текст SMath-документа

Определить пользовательскую функцию:

$$y(x) := \frac{17 - x^2}{4x - 5}$$

Выбрать пункт главного меню «Вставка», пункты меню – «График» и «Двухмерный (2D)».

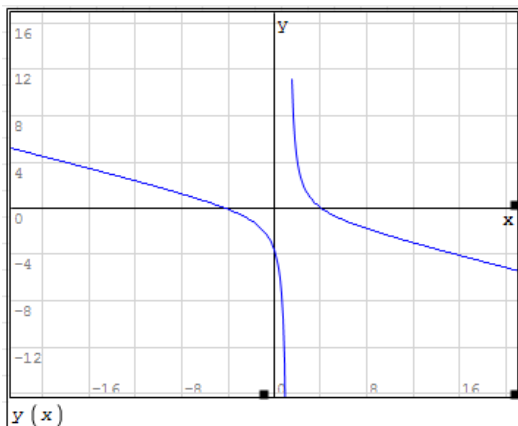


График функции, заданной векторами

Для построения графика по точкам нужно использовать матрицы. Первые два столбика должны содержать координаты точек.

В SMath не предусмотрена функция форматирования самих графиков: нельзя поменять их цвет и толщину. Для вставки надписей и маркеров нужно дополнительно в матрице кроме координат, указать символ маркера или текст, размер символа (шрифта), а также его цвет. Задавать два последних столбца необязательно, в этом случае автоматически выставятся размер и цвет метки или надписи.

В качестве символов маркеров используются символы – «х», «*», «+», «о». Для задания цветов задаются их английские названия, например, «black» (чёрный), «blue» (синий), «red» (красный) и т.д.

Пример 1.15. Результаты эксперимента представлены в табличном виде:

х	1	2	3	4	5	6
у	1,7	3,3	4,8	7,2	11,8	19,0

Необходимо: а) построить график функции, проходящий через экспериментальные точки; б) построить график аппроксимирующей экспериментальные значения функции $y = 1,2 e^{0,46x}$ с отображением опытных точек.

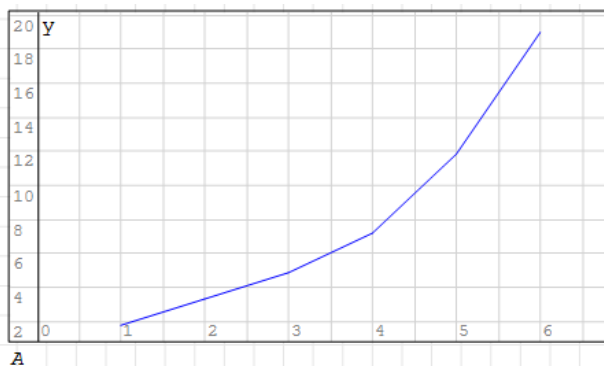
Текст SMath-документа

а) построение графика функции, проходящего через экспериментальные точки

Определить матрицу с координатами:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1,7 & 3,3 & 4,8 & 7,2 & 11,8 & 19,0 \end{bmatrix}^T$$

Выбрать пункт главного меню «Вставка», пункты меню – «График» и «Двухмерный (2D)» – строится график функции по точкам



б) построение графика аппроксимирующей функции с отображением опытных точек

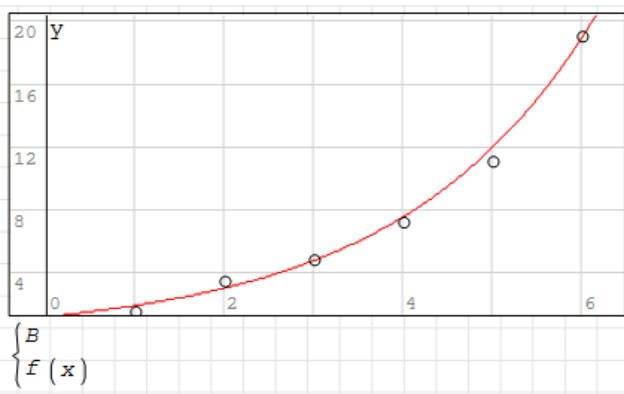
Определить матрицу с координатами и элементами для отображения:

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1,7 & 3,3 & 4,8 & 7,2 & 11,8 & 19,0 \\ "o" & "o" & "o" & "o" & "o" & "o" \end{bmatrix}^T$$

Задать пользовательскую функцию:

$$f(x) := 1,2 e^{0,46x}$$

Выбрать пункт главного меню «Вставка», пункты меню – «График» и «Двухмерный (2D)». Для отображения на графике двух функций использовалась кнопка «Алгебраическая система» ($\{\square\}$). В результате отображаются график аппроксимирующей функции в виде сплошной линии и экспериментальные точки в виде кружков



Функция может быть задана и в виде двух отдельных векторов (матриц-столбцов) значений по осям абсцисс и ординат. В этом случае оба вектора должны быть объединены в единую матрицу, в которой первый столбец – это значения аргумента x , а второй столбец – соответствующие им значения функции y . Для объединения векторов используется функция `augment`. При этом векторы должны иметь одинаковую размерность.

Пример 1.16. Построить пограничные кривые для воды на p - v -диаграмме [8].

Текст SMath-документа

По справочным данным термодинамических свойств воды и водяного пара [9, 10] создаётся матрица, содержащая значения удельного объёмов кипящей воды v' и сухого насыщенного пара v'' в зависимости от давления p

$$M := \begin{bmatrix} "p, \text{ МПа}" & "v'" & "v''" \\ 0,17 & 0,0010563 & 1,031500 \\ 0,5 & 0,0010928 & 0,374810 \\ 1 & 0,0011274 & 0,194300 \\ 2 & 0,0011766 & 0,099530 \\ 5 & 0,0012858 & 0,039410 \\ 10 & 0,0014526 & 0,018000 \\ 15 & 0,001658 & 0,010350 \\ 20 & 0,002038 & 0,005873 \\ 21 & 0,002218 & 0,005006 \\ 22,1 & 0,002864 & 0,003541 \\ 22,115 & 0,003147 & 0,003147 \end{bmatrix}$$

Создание матрицы с данными из исходной матрицы M , только без первой строки – строки поясняющего текста

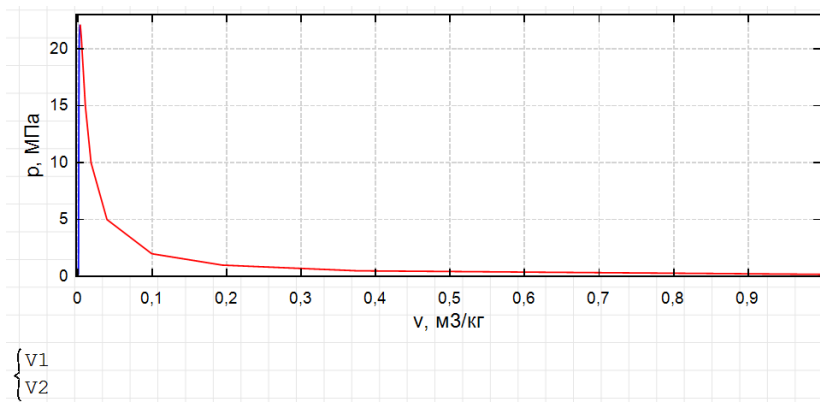
`M1 := submatrix(M; 1; rows(M); 2; cols(M))`

Подготовка массивов для построения графика (p , v -диаграммы)

`V1 := augment(col(M; 2); col(M; 1))`

`V2 := augment(col(M; 3); col(M; 1))`

Построение пограничных кривых на p - v -диаграмме



Пример 1.17. 1 кг азота (N_2) с начальными параметрами $p_1=10$ бар, $t_1=300$ °С расширяется до пятикратного увеличения объёма. Считая, что расширение а) изобарное; б) изотермическое определить конечные параметры p_2 и v_2 . Построить процессы на p, v -диаграмме [3].

Текст *SMath*-документа

Исходные данные для расчёта

$$p_1 := 10 \qquad t_1 := 300 \qquad v_2 := 5 \cdot v_1$$

Перевод температуры в начале процесса из °С в размерность К

$$T_1 := t_1 + 273,15 = 573,15$$

Газовая постоянная для молекулярного азота, Дж/(кг·К)

$$R_\mu := 8314 \qquad \mu := 28$$

$$R := \frac{R_\mu}{\mu} = 296,9286$$

Удельный объём газа в начале процесса на основе уравнения состояния идеального газа, m^3/kg

$$v_1 := \frac{R \cdot T_1}{p_1 \cdot 10^5} = 0,1702$$

Удельный объём газа в конце процесса, $\text{м}^3/\text{кг}$

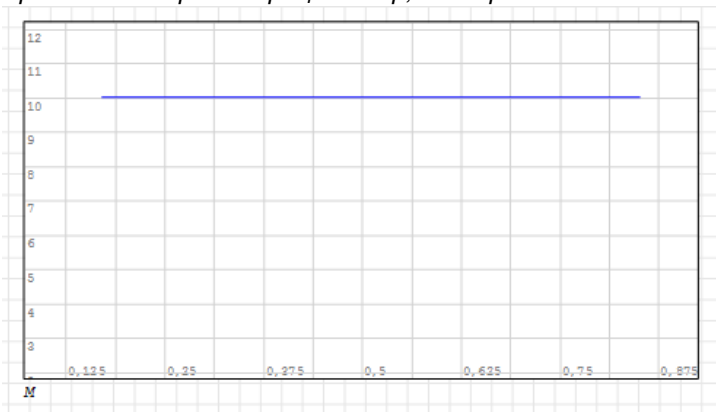
$$v_2 = 0,8509$$

а) Для изобарного процесса $p = \text{const}$

$$p_2 := p_1 = 10$$

$$M := \begin{bmatrix} v_1 & p_1 \\ v_2 & p_2 \end{bmatrix}$$

Построение изобарного процесса в p, v -диаграмме



б) Для изотермического процесса $t = \text{const}$ ($p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2$)

Давления в конце процесса, бар

$$p_2 := \frac{p_1 \cdot v_1}{v_2} = 2$$

Функция давления от удельного объёма, бар

$$fp(v) := \frac{R \cdot T_1}{v} \cdot 10^5$$

Построение изотермического процесса в p, v -диаграмме
количество точек для построения графика

$$n := 20$$

шаг по удельному объёму

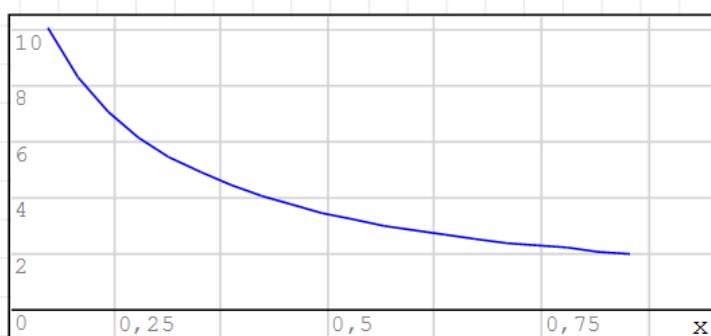
$$\Delta v := \frac{v_2 - v_1}{n - 1}$$

расчёт точек для построения графика (см. п. 1.5)

for $i \in [1 .. n]$

$M_{i\ 1} := v_1 + \Delta v \cdot (i - 1)$

$M_{i\ 2} := fp(M_{i\ 1})$



Трёхмерный график функции

SMath позволяет создавать трёхмерные графики (графики функций от двух переменных). Для их создания необходимо выполнить следующие действия:

- 1) Задать функцию двух переменных или матрицу данных (при этом матрица данных должна иметь три столбца и количество строк, равное числу точек пространственной кривой);
- 2) Выбрать место на листе для графика и щёлкнуть мышью на нём;
- 3) Выбрать в главном меню «Вставка» пункты «График» и «Трёхмерный график (3D)», при этом вставится заготовка трёхмерного графика;
- 4) Необходимо ввести имя функции или матрицы в место-заполнитель заготовки. В объявлении функции можно использовать любые имена переменных, но график строится только по x и y .

Построенный график можно вращать, нажимая на поле графика левую клавишу компьютерной мыши и перемещая указатель мыши по полю графика. Щёлкая по полю графика и вращая колёсико мыши, график можно масштабировать.

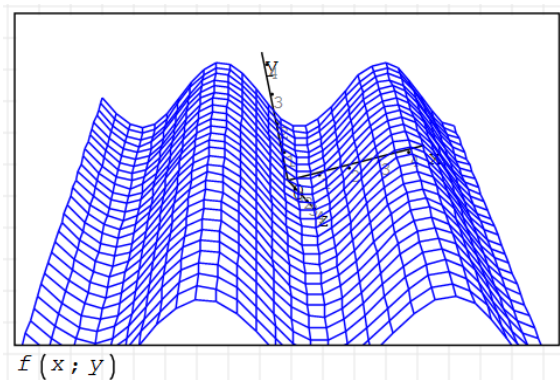
Пример 1.18. Построить график функции $f(x, y) = \sin(x) + \cos(y) + 0,5$.

Текст SMath-документа

Задание пользовательской функции от двух переменных:

$$f(x; y) := \sin(x) + \cos(y) + 0,5$$

Выбрать пункт главного меню «Вставка», пункты меню – «График» и «Трёхмерный (3D)».



Использование дополнения «X-Y Plot Region»

Для расширения возможностей оформления графиков целесообразно установить из онлайн галереи SMath дополнение (плагин) «X-Y Plot Region». Для этого в главном меню «Сервис» выбрать пункт «Дополнения», и в появившемся диалоговом окне надпись «Локальное хранилище» на кнопке в правом верхнем углу заменить на значение «Галерея онлайн» (поставить галочку). Затем из открывшегося списка дополнений в «Галерее онлайн» выбрать дополнение «X-Y Plot Region» и нажать кнопку «Установить».

После установки дополнения «X-Y Plot Region» в главном меню «Вставка» пункт «График» появится ещё один тип гра-

фика «X-Y График», при выборе которого SMath вставит заготовку этого вида графика.

Окно форматирования графика (рис. 1.6) открывается щелчком левой кнопки мыши на поле графика. Это окно не русифицировано и содержит сгруппированные списки свойств, которые можно раскрыть, нажав на значок «+». Дополнение «X-Y Plot Region» позволяет устанавливать пользовательские пределы осей, изменять сетку, линии графика, шрифты, вставлять дополнительные оси, названия графика, осей, легенду и т.д.

Описание основных пунктов меню окна форматирования приведено в табл. 1.4.

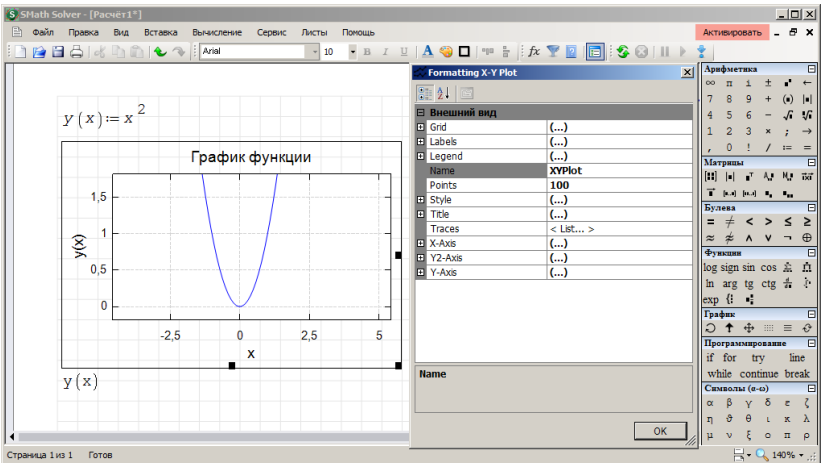


Рис. 1.6. Пример графика созданного с помощью дополнения «X-Y Plot Region»

Таблица 1.4. Основные пункты меню окна форматирования графика созданного при помощи дополнения «X-Y Plot Region»

Название списка	Настраиваемые параметры
Grid (сетка)	Видимость линий сетки (IsXGrid, IsYGrid), тип (LinesPattern), цвет (LinesColor), толщина (LinesThickness) линий сетки
Labels (метки)	Подписи осей (XLabel, YLabel), тип, размер (LabelFont, TickFont) и цвет шрифта (LabelFontColor, TickFontColor) для подписей осей и числовых меток

Название списка	Настраиваемые параметры
Legend (легенда)	Оформление «легенды»: цвет фона (BackColor), границы (BorderColor), видимость (IsVisible), тип (Font), размер (Size) и цвет шрифта (TextColor), расположение на полотне графика (Position)
Style (стиль)	Цвет фона графика (BackColor), цвет границы (BorderColor) графика
Tytle (заглавие)	Тип (Font) и цвет шрифта (FontColor) заголовка графика, текст заголовка графика (Text)
Traces (трассировка)	Для каждой линии – тип (Pattern), цвет (LineColor), толщина линии (Thickness), видимость (Visible), размер меток (Size), имя в легенде (Name)
X-Axis (ось X), Y-Axis (ось Y), Y2-Axis (доп. ось Y)	Настройка осей: установка пределов построения графика (Min, Max), количества числовых меток (DecimalPlaces), их шаг (Tick), видимость подписи оси и числовых меток (Visible)

Пример 1.19. Удельная массовая изобарная теплоёмкость молекулярного водорода описывается эмпирической формулой в зависимости от температуры (T , K):

$$c_p(T) := 11,945 + 0,011T - 1,13 \cdot 10^{-5} T^2.$$

Построить график изменения изобарной теплоёмкости водорода от температуры.

Текст SMath-документа

Задание пользовательской функции:

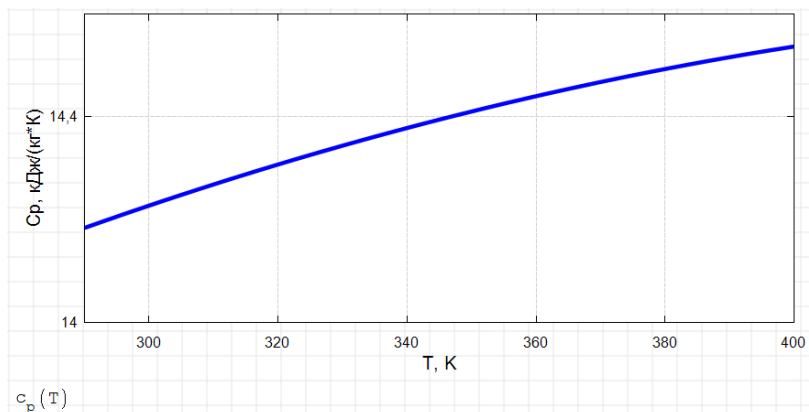
$$c_p(T) := 11,945 + 0,011 \cdot T - 1,13 \cdot 10^{-5} \cdot T^2$$

Расчёт значений функции на краях рассматриваемого диапазона аргумента. Значения используются для задания максимального и минимального значений по оси абсцисс

$$c_p(290) = 14,1847$$

$$c_p(400) = 14,537$$

Выбрать пункт главного меню «Вставка», пункты меню – «График» и «Х-У График»



Удельная изобарная теплоёмкость водорода по модели идеального газа (значение не зависит от T), кДж/(кг·К)

$$c_{pi} := \frac{8,314}{2 \cdot 2,01588} \cdot (5 + 2) = 14,4349$$

Значение температуры, при которой изобарная теплоёмкость найденной по эмпирической формуле будет равна значению теплоёмкости найденной по модели идеального газа, °C

$$T := \text{roots}(c_p(T) = c_{pi}; T) - 273,15 = 84,8982$$

1.4. Символьные преобразования

SMath позволяет проводить несложные символьные преобразования. При символьных преобразованиях результатом вычисления является выражение.

В SMath в символьном виде можно упростить выражение, найти его производную или найти обратное выражения.

Упростить выражение можно двумя способами: либо использовать оператор символьных вычислений \rightarrow , либо выделить всё выражение и выбрать в главном меню «Вычисление» пункт «Упростить», при этом упрощенное выражение появится ниже.

Пример 1.20. Упростить выражение $\frac{xy}{y^2 + y}$.

Текст SMath-документа

Ввести упрощаемое выражение

$$\frac{xy}{y^2 + y}$$

а) Выбрать это выражение, в главном меню "Вычисление" выбрать пункт "Упростить". Результат упрощения:

$$\frac{x}{y+1}$$

б) Упрощение при помощи оператора символьных вычислений

$$\frac{xy}{y^2 + y} \rightarrow \frac{x}{y+1}$$

Пример 1.21. Получить выражение по расчёту коэффициента Пуассона (показателя адиабаты) в зависимости от числа степеней свободы газа i .

Текст SMath-документа

Выражения по расчёту изобарной и изохорной теплоёмкостей идеального газа

$$c_p := \frac{R}{2}(i+2)$$

$$c_v := \frac{R}{2}i$$

Упрощенное выражение по расчёту коэффициента Пуассона

$$\kappa := \frac{c_p}{c_v} \rightarrow \frac{2+i}{i}$$

Результат при численном решении

$$\kappa := \frac{c_p}{c_v} = 1 - 2 \cdot i$$

Нахождение производных

SMath позволяет вычислять производные первого и высших порядков, как в численном (в заданной точке), так и в аналитическом виде.

Для получения производной в виде функции (в символьном виде) необходимо:

- задать дифференцируемую функцию;
- нажать кнопку с оператором дифференцирования ($\frac{d}{dx}$) с дополнительной панели «Функции», при этом появится шаблон производной с двумя местозаполнителями;
- местозаполнители заполнить, указав имя переменной, по которой производится дифференцирование, а также имя дифференцированной функции;
- нажать кнопку символьных вычислений \rightarrow .

Пример 1.22. Найти производную функции $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Текст SMath-документа

Определить пользовательскую функцию:

$$f(x) := \frac{x}{x^2 + 1}$$

Расчёт производной функции (с использованием кнопки символьных вычислений \rightarrow):

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2}$$

Для дифференцирования функции можно использовать также в главном меню «Вычисление» пункт «Дифференцировать». При этом в формуле функции необходимо выделить переменную дифференцирования, выбрать и нажать на пункт «Дифференцировать».

Чтобы найти значение производной функции в требуемой точке, необходимо перед нахождением производной присвоить переменной дифференцирования заданное значение.

Пример 1.23. Найти производную функции $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ в точке $x=2$.

Текст SMath-документа

Определить пользовательскую функцию:

$$f(x) := \frac{x}{x^2 + 1}$$

Расчёт производной функции в точке (с использованием численных вычислений =):

$$x := 2$$

$$\frac{d}{dx} f(x) = -0,12$$

Для нахождения производной второго и более высокого порядка нужно с клавиатуры или из главного меню «Вставка» пункт «Функция...» ввести функцию diff(3). На экране появится шаблон производной с четырьмя местозаполнителями. При этом помимо функции и переменной дифференцирования нужно ввести порядок производной (он вводится в знаменателе, а в числителе появляется автоматически).

Нахождение экстремумов

Задача поиска экстремума функции заключается в нахождении её максимума (наибольшего значения) или минимума (наименьшего значения) в некоторой области определения её аргументов.

Пример 1.24. Найти точки минимума и максимума функции

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}.$$

Текст SMath-документа

Объявление пользовательской функции:

$$f(x) := \frac{x}{1 + x^2}$$

Нахождение первой производной функции (используется оператор символьного вычисления →):

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2}$$

Нахождение значение переменной x, при котором производная функции равна нулю:

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}f(x)=0; x\right)=\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Определение вида экстремума по знаку второй производной:

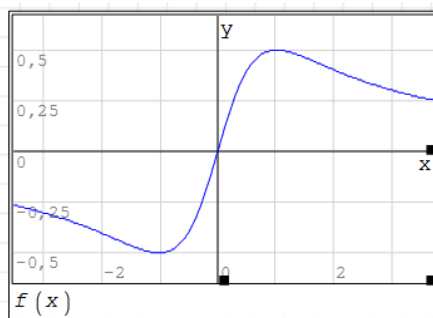
$x := -1$ *Анализ первого экстремума*

$\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} f(x) = 0,5$ *Т.к. значение больше нуля, $x=-1$ – минимум*

$x := 1$ *Анализ второго экстремума*

$\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} f(x) = -0,5$ *Т.к. значение меньше нуля, $x=1$ – максимум*

Нахождение экстремума графическим способом



1.5. Программирование

В SMath имеются довольно простые для усвоения конструкции программирования, позволяющие реализовывать весьма сложные расчётные алгоритмы.

В SMath существуют следующие конструкции программирования, которые вставляются в документ с использованием панели «Программирования» (при этом появляется шаблон для заполнения):

if – создание условного выражения;

for – задание цикла с фиксированным числом повторений;

try – обработка ошибок;

line – создание и при необходимости расширение жирной вертикальной линии, справа от которой в шаблонах задаётся тело программного блока (функции);

while – задание цикла типа «пока»;
continue – продолжение выполнения цикла;
break – прерывание выполнения цикла.

При реализации функции часто необходимо воплотить довольно сложный алгоритм, включающий множество разнообразных действий, для этого удобно использовать конструкцию line, которая формирует тело программного блока. Эта возможность используется при проведении серийных расчётов. Основной трудностью создания подобных функций, является сложность в их отладке.

Линия по умолчанию содержит два места для последовательных вычислений, но её можно растянуть. Для этого выделяют линию угловым курсором (надо кликнуть по месту, отмеченному квадратиком и нажать клавишу «пробел», чтобы выделились оба знакоместа). При этом должна появиться специальная квадратная метка (чёрный квадратик справа внизу), зацепив которую курсором мыши можно растянуть линию до необходимого количества местозаполнителей. Аналогичный способ растягивания работает и для знака системы.

Функция созданная при помощи конструкции line возвращает значение, которое в её теле определяется в последней строке. Если требуется, чтобы функция вернула несколько значений, то в последней строке следует указать массив с возвращаемыми значениями.

Внутри для присваивания значений переменным, в теле функции используется стандартный оператор присваивания «:=».

Любой текст в теле такой функции, заключённый в двойные кавычки, рассматривается как комментарий, например:

$$f(x) := \left| \begin{array}{l} \text{"Пример комментария"} \\ \dots \end{array} \right.$$

Пример 1.25. Написать функцию, позволяющую рассчитать по задаваемому значению энтропии степень сухости влажного насыщенного пара при давлении 12 МПа.

Текст SMath-документа

```
x(s) := 

|   |
|---|
| " |
|---|

Энтропии на линиях насыщения при p=12 МПа"  
"(справочные данные)"  
s' := 3,4965  
s'' := 5,4941  
"Расчёт степени сухости влажного пара"  

$$\frac{s - s'}{s'' - s'}$$

```

Результаты расчёта при различных значениях энтропии

$$x(4,2) = 0,352173$$

$$x(5,15) = 0,827743$$

Оператор **if** используется для реализации условных выражений. Для того чтобы появился оператор **else**, необходимо в местозаполнителях условия вставить символ «;». После оператора **if** записывается логическое выражение.

Пример 1.26. Рассчитать значения функции

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{при } x \geq 0, \\ x^2 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

при $x=3$ и $x=-3$.

Текст SMath-документа

Реализация пользовательской функции с использованием условной конструкции

```
f(x) := if x ≥ 0  
      x3  
      else  
      x2
```

Нахождение значений функции:

$$f(3) = 27 \qquad f(-3) = 9$$

Пример 1.27. Создать функцию, позволяющую на основе значения удельной энтальпии определить состояние воды при давлении 9,5 бар.

Текст SMath-документа

```
StateWater(h) := "Энтальпии на линиях насыщения при  $p \approx 9,5$  бар"  
h' := 752,9  
h'' := 2775,2  
if h < h'  
  S := "Нагретая вода"  
else  
  if h  $\approx$  h'  
    S := "Вода в состоянии насыщения"  
  else  
    if h > h''  
      S := "Перегретый пар"  
    else  
      if h  $\approx$  h''  
        S := "Сухой насыщенный пар"  
      else  
        S := "Влажный насыщенный пар"
```

Проверка работоспособности функции

StateWater(700) = "Нагретая вода"

StateWater(752,9) = "Вода в состоянии насыщения"

StateWater(2014) = "Влажный насыщенный пар"

StateWater(2775,2) = "Сухой насыщенный пар"

StateWater(3010) = "Перегретый пар"

Пример 1.28. Создать функцию по расчёту удельного объёма влажного пара в зависимости от степени сухости при давлении $p=4,4$ МПа.

Текст SMath-документа

```
fv(x) := "Проверка корректности значения аргумента"  
if (x < 0)  $\vee$  (x > 1)  
  error("Неправильное значение аргумента")  
"Удельные объёмы на линиях насыщения при  $p \approx 4,4$  МПа"  
v' := 0,0012663  
v'' := 0,04510  
"Расчёт удельного объёма влажного пара"  
v' + x  $\cdot$  (v'' - v')
```


Примеры использования созданной функции

$$fv(0,8) = 0,0231832$$

$$fv(1,1) =$$

Расчёт не производится

Оператор *for* служит для организации циклов с заданным числом повторений выражений, помещённых в шаблон

for Var \in [Nmin .. Nmax]

| "Тело цикла"

Пример 1.29. Написать функцию по расчёту суммы натуральных чисел от 1 до 10.

Текст SMath-документа

```
f(n) := | "Нахождение суммы натуральных чисел 1, 2, ... n"
        | S := 0
        | for x  $\in$  [1 .. n]
        |   S := S + x
        | S
f(10) = 55
```

Пример 1.30. Написать функцию по расчёту суммы чисел с 1 до 2 с шагом 0,1.

Текст SMath-документа

```
f(n) := | "Нахождение суммы дробных чисел"
        | S := 0
        | for x  $\in$  [1; 1,1 .. n]
        |   S := S + x
        | S
f(2) = 16,5
```

Пример 1.31. Рассчитать значения плотности воды в зависимости от температуры (t, °C), кг/л [16]:

$$\rho(t) = 1,067 - 0,06114 e^{0,005904t},$$

при значениях аргумента от 10 до 90 с шагом изменения 20 °C.

Текст SMath-документа

Задание пользовательской функции:

$$fp(t) := 1,067 - 0,0611 \cdot \exp(0,005904 \cdot t)$$

Задание значения аргумента в виде массива:

$$t := [10; 30 .. 90]$$

Перебрать все элементы массива t и рассчитать значения функции:

```
for i ∈ [1..5]
    ρi := fp(ti)
```

Вывод результатов расчёта:

$t = \begin{bmatrix} 10 \\ 30 \\ 50 \\ 70 \\ 90 \end{bmatrix}$	$\rho = \begin{bmatrix} 1,00218 \\ 0,99406 \\ 0,98492 \\ 0,97463 \\ 0,96305 \end{bmatrix}$
--	--

Оператор *while* служит для организации циклов, действующих до тех пор, пока выполняется некоторое условие:

```
while условие
    | "Тело цикла"
```

Пример 1.32. Написать функцию, реализующую метод половинного деления и при помощи её решить уравнение $x^2 - 3 = 0$.

Текст SMath-документа

Method_div2(f; a; b) :=	"Метод половинного деления"
	"f – функция решаемого уравнения"
	"[a; b] – отрезок локализации корня"
	$c := \frac{a + b}{2}$
	"Точность решения уравнения"
	TOL := 10^{-6}
	while $ f(c) > \text{TOL}$
	"Середина отрезка"
	$c := \frac{a + b}{2}$
	"Сужение отрезка"
	if $f(a) \cdot f(c) > 0$
	a := c
	else
	b := c
	c

Определение функции решаемого уравнения:

$$y(x) := x^2 - 3$$

Нахождение корня уравнения методом половинного деления:

$$x := \text{Method_div2}(y; 1; 5) = 1,7321$$

Проверка найденного корня:

$$y(x) = 8,2896 \cdot 10^{-5}$$

Таким образом, значение функции решаемого уравнения при найденном значении корня не превышает задаваемую точность

При работе с циклами используется оператор *break*, который предназначен для досрочного прерывания работы цикла, а также оператор *continue*, который позволяет продолжить выполнение цикла.

В SMath Studio оператор *try* используется для обработки исключений возникающих в теле программного блока, чтобы обеспечить стабильность выполнения кода и избежать его остановки в случае возникновения ошибок. Если при выполнении блока кода произойдёт ошибка, производится переход к обработчику исключений.

Пример 1.33. Написать функцию по расчёту $y = \frac{1}{x}$. Преду-

смотреть в случае возникновения расчётной ошибки (при $x=0$) функция должна возвращать значение 0.

Текст SMath-документа

```
f(x) := | try
        |   result := 1
        |       x
        |   on error
        |       "Выполняется, если произошла расчётная ошибка"
        |       result := 0
        |   result
```

Примеры использования функции

$$f(1) = 1$$

$$f(0) = 0$$

1.6. Работа с размерностью

Инженерные расчёты следует проводить с использованием единиц измерения [6]. Их использование в теплоэнергетических расчётах позволяет повысить их наглядность, избежать ряда расчётных ошибок и расширить возможности расчётных методик. В SMath переменные можно задавать с единицами измерения. Единицы измерения можно вставить несколькими способами:

- выбрать пункт главного меню «Вставка», подпункт «Единица измерения»;
- нажать на соответствующую кнопку на панели инструментов (см. табл. 1.1);
- нажать сочетание клавиш Ctrl+W;
- нажать клавишу апостроф «'» и набрать единицу измерения с клавиатуры.

В первых трёх случаях появляется диалоговое окно (рис. 1.7), в котором можно выбрать единицу измерения. В четвёртом случае обозначение единицы вводится русскими буквами, при этом появится всплывающая подсказка, из списка которой выбирается нужная единица измерения и нажимается клавиша TAB или Enter. Вставленная единица измерения загорается, синим цветом.

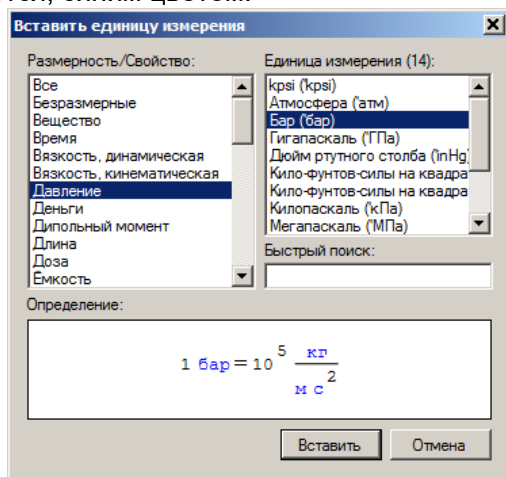


Рис. 1.7. Экранная форма окна по заданию единицы измерения

Часто приходится при получении результата изменять размерность возвращаемого результата на требуемую единицу измерения. Это можно осуществить следующим образом. Необходимо выделить численное значение или размерность результата и удалить, при этом отображается два незаполненных знакоместа, например:

$$p = \blacksquare \blacksquare$$

Необходимо выбрать крайнее правое знакоместо и вставить требуемую единицу измерения, после нажатия клавиши Enter или щелчка мыши вне формулы, произойдёт обновление с использованием заданной единицы измерений, например:

$$p = 3,8 \cdot \text{бар}.$$

Пример 1.34. Перевести значения: а) давления 3,9 атм.; б) количества теплоты 1 кДж; в) температуры 23 °С в другие размерности.

Текст SMath-документа

Исходные данные

$$p := 3,9 \text{ атм} \quad Q := 1 \text{ кДж} \quad t := 23 \text{ °C}$$

а) Результаты перевода давления в другие единицы измерения

$$\begin{array}{lll} p = 3,95168 \text{ бар} & p = 2964 \text{ мм рт.ст.} & p = 3,95168 \cdot 10^5 \text{ Па} \\ p = 395,168 \text{ кПа} & p = 0,395168 \text{ МПа} & p = 4,02959 \frac{\text{кгс}}{\text{см см}} \end{array}$$

б) Результаты перевода количества теплоты в другие единицы измерения

$$Q = 1000 \text{ Дж} \quad Q = 0,238846 \text{ ккал}$$

в) Результаты перевода температуры в другие единицы измерения

$$t = 296,15 \text{ K} \quad t = 73,4 \text{ °F}$$

Пример 1.35. Рассчитайте удельную изохорную теплоёмкость для молекулярного азота с указанием размерности.

Текст SMath-документа

$$c_v(\mu; i) := \left\{ \begin{array}{l} \text{"Пользовательская функция"} \\ R_\mu := 8314 \\ \frac{R_\mu}{2 \cdot \mu} \cdot i \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \end{array} \right.$$

Использование пользовательской функции. Для азота молярная масса $\mu=28$ кг/кмоль, число степеней свободы $i=5$

$$c_v(28; 5) = 148,464 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

$$c_v(28; 5) = 148,464 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{Дж}$$

1.7. Дополнительные возможности

1.7.1. Интерполяция справочных данных

Метод интерполяции табличных данных довольно широко используется при проведении термодинамических расчётов.

Под интерполяцией табличных значений понимается нахождение приближённых значений функции, заданной таблично, при аргументах, не совпадающих с узловыми. Для этого строят функцию, которая проходит через все или часть заданных точек, и используют её для нахождения значений функции в промежуточных точках.

Графическое решение задачи интерполирования заключается в том, чтобы построить такую интерполирующую функцию $A(x)$, которая бы проходила через все узлы интерполяции (базовые точки (x_i, y_i)). В точках x_i значения интерполяционной функции $A(x)$ должны совпадать с исходными данными, т.е. $A(x_i)=y(x_i)$.

Самый простой вид интерполяции – линейная, которая представляет искомую зависимость $A(x)$ в виде ломаной линии. Интерполяционная функция $A(x)$ состоит из отрезков прямой, соединяющих точками

$$y(x) = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1), \quad (1.1)$$

где $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ – координаты ближайших базовых точек, между которыми находится значение аргумента x .

В математическом пакете SMath имеются встроенные функции для интерполяции табличных данных:

- $\text{linterp}(X; Y; x)$ – осуществляется линейная интерполяция;
- $\text{cinterp}(X; Y; x)$ – проводится кубическая интерполяция,

где X, Y – вектора координат базовых точек $(x_i; y_i)$.

Пример 1.36. Найти значение удельной энтальпии кипящей воды при давлении 1,08 МПа.

Решение

Находим по справочнику [9] значения удельной энтальпии при различных давлениях воды.

$p, \text{Па}$	$h', \text{кДж/(кг·К)}$
$1,00 \cdot 10^6$	762,7
$1,05 \cdot 10^6$	772,1
$1,10 \cdot 10^6$	781,2
$1,15 \cdot 10^6$	790,0

Текст SMath-документа

$p := 1,08$ *Значение аргумента (давление, МПа)*

1. Расчёт по формуле линейной интерполяции (1.1)

$p_1 := 1,05$ $h_1 := 772,1$ *Базовые для расчёта точки*

$p_2 := 1,10$ $h_2 := 781,2$

$$h := h_1 + \frac{h_2 - h_1}{p_2 - p_1} (p - p_1) = 777,56$$

2. Расчёт по встроенной формуле линейной интерполяции (1.1)

$P := [1,05 \ 1,10]^T$ $H := [772,1 \ 781,2]^T$

$h = \text{linterp}(P; H; p) = 777,56$

3. Расчёт по встроенной формуле кубической интерполяции

$P := [1,00 \ 1,05 \ 1,10 \ 1,15]^T$ $H := [762,7 \ 772,1 \ 781,2 \ 790,0]^T$

$h = \text{cinterp}(P; H; p) = 777,596$

Пример 1.37. Рассчитать удельную энтальпию перегретого пара при давлении 12,8 МПа и температуре 535 °С.

Текст SMath-документа

Задание справочных данных по удельным энтальпиям пара [9]

$$M := \begin{bmatrix} \text{"T, °C / p, МПа"} & 12,5 & 13,0 & 13,5 & 14,0 \\ 500 & 3343,6 & 3337,1 & 3330,6 & 3324,1 \\ 510 & 3370,7 & 3364,6 & 3358,4 & 3352,1 \\ 520 & 3397,5 & 3391,7 & 3385,8 & 3379,8 \\ 530 & 3424,1 & 3418,5 & 3412,8 & 3407,2 \\ 540 & 3450,4 & 3445,1 & 3439,6 & 3434,2 \\ 550 & 3476,5 & 3471,4 & 3466,2 & 3461,0 \\ 560 & 3502,5 & 3497,5 & 3492,5 & 3487,5 \end{bmatrix}$$

```
h(p; T) :=
    "Реализация двухпараметрической интерполяции"
    "Извлечь из матрицы M вектор значений давления"
    vP := submatrix(M; 1; 1; 2; cols(M))
    "Проверка корректности значения аргумента – p"
    if (p < min(vP)) ∨ (p > max(vP))
        error("Некорректное значение давления")
    "Извлечь из матрицы M вектор значений температур"
    vT := submatrix(M; 2; rows(M); 1; 1)
    "Проверка корректности значения аргумента – T"
    if (T < min(vT)) ∨ (T > max(vT))
        error("Некорректное значение температуры")
    "Извлечь из матрицы M матрицу значений энтальпий"
    vH := submatrix(M; 2; rows(M); 2; cols(M))
    "Двухмерная кусочно-линейная интерполяция"
    V := matrix(0;1)
    For k ∈ [1..length(vP))
        Vk := linterp(vT; col(vH; k); T))
    linterp(vPT; V; p)
```

Расчёт значения энтальпии при $p = 12,8$ МПа и $t = 535$ °C, кДж/кг

$$h(12,8; 535) = 3433,98$$

1.7.2. Создание и работа со сворачиваемыми областями


При работе с большими документами удобно использовать сворачиваемые области. Создаётся такая область с использованием главного меню «Вставка», подпункт «Область». При этом в документе появляются две горизонтальные линии, которые ограничивают область сверху и снизу (рис. 1.8,а).

Исходные данные для расчёта

$$p = \text{const}$$

$$v_1 := 0,5 \quad t_1 := 18 \quad v_2 := v_1 \cdot 5 = 2,5$$

$$\mu := 32 \quad i := 5$$

 — Расчётный блок

$$T_1 := t_1 + 273,15 = 291,15$$

$$T_2 := \frac{v_2}{v_1} \cdot T_1 = 1455,75$$

$$c_p := \frac{8,314}{2 \cdot \mu} \cdot (i + 2) = 0,9093$$

$$q := c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$l := \frac{8,314}{\mu} \cdot (T_2 - T_1)$$

Результаты расчёта удельного количества теплоты и работы

$$q = 1059,0217$$

$$l = 302,5776$$


a)

Исходные данные для расчёта

$$p = \text{const}$$

$$v_1 := 0,5 \quad t_1 := 18 \quad v_2 := v_1 \cdot 5 = 2,5$$

$$\mu := 32 \quad i := 5$$

 — Расчётный блок

Результаты расчёта удельного количества теплоты и работы



$$q = 1059,0217$$

$$l = 302,5776$$

б)

Рис. 1.8. Примеры сворачиваемых областей в программе SMath:

а) развёрнутое состояние области; б) свёрнутое состояние области

В сворачиваемую область можно вводить поясняющий текст и выражения, а потом свернуть её с помощью кнопки слева «» (рис. 1.8,б). Вся область становится невидимой, о её существовании подсказывает лишь одна горизонтальная черта с маленьким чёрным прямоугольником слева, при этом скрытая область продолжают функционировать. Чтобы открыть область для просмотра, необходимо щёлкнуть левой кнопкой мыши на изображении – «».

Ограничительные горизонтальные линии можно выделять (щёлкнув по линии левой кнопкой мыши) и перемещать курсором мыши, таким образом, формируя область, которую следует скрыть. Можно также вводить новые формулы внутри этой области. Расширять и сужать такую область можно путём добавления и удаления пустых строк с помощью клавиш Enter и Delete.

Областям можно задавать их названия, которые отражаются рядом с управляющими кнопками (см. рис. 1.8). Для их задания необходимо нажать на верхнюю горизонтальную линию, при этом появится поле ввода, в котором можно указать необходимый текст.

При необходимости вставленную область можно защитить паролем. Для этого, раскрыв поле верхней границы области, в контекстном меню нужно выбрать пункт «Защита элемента», подпункт «Блокировать» и в открывшемся окне ввести и повторно подтвердить пароль.

1.7.3. Работа с файлами в SMath

SMath позволяет сохранять отдельные математические блоки (в том числе матрицы, выражения и т.д.) в текстовых файлах в UTF-8 кодировке. Функции работы с файлами (wfile, rfile) можно вводить с клавиатуры или выбирать через главное меню «Вставка», пункт «Функции...», категории «Файлы».

В SMath имеется также встроенная функция для работы с текстовыми файлами: `importData("Имя_файла")`, которая позволяет считывать данные из файла с заданным именем в виде матрицы. Эта функция также имеет форму записи с ко-

личеством аргументов до девяти, где кроме имени файла могут указываться разделители десятичной части, разделители элементов, ограничитель колонок, начальная и конечная строка, начальная и конечная колонка, флаг символьного содержимого. Файлы данных, импортируемые функцией `importData` могут содержать кроме чисел текстовые строки и выражения.

По умолчанию файлы с данными считываются из системного каталога, поэтому при использовании рассмотренных функций приходится задавать полный путь к файлу.

Пример 1.38. Организовать считывание из текстового файла в SMath-документ параметры состояния, перегретого пара при давлении $p=24$ МПа и температуре $t=550$ °С.

Решение

Пользуясь справочником [9], определяем параметры перегретого пара. В компьютерной программе «Блокнот» создаётся файл `1.txt`, содержащий численные значения найденных параметров при $p=24$ МПа и $t=550$ °С в последовательности: удельные объём v , энтальпия h и энтропия s :

0,01338

3350,5

6,2116

Текст SMath-документа

I вариант. Считывание данных из файла `1.txt` в промежуточный массив D параметры перегретого пара:

$$D := \text{importData}("D:\\1.txt") = \begin{pmatrix} 0,01338 \\ 3350,5 \\ 6,2116 \end{pmatrix}$$

Задание переменным элементов массива:

$$v := D_1 = 0,01338 \quad h := D_2 = 3350,5 \quad s := D_3 = 6,2116$$

II вариант. Считывание из файла `1.txt` параметров перегретого пара и присваивание их соответствующим переменным

$$\begin{bmatrix} v \\ h \\ s \end{bmatrix} := \text{importData}("D:\1.txt ") = \begin{bmatrix} 0,01338 \\ 3350,5 \\ 6,2116 \end{bmatrix}$$

$$v = 0,01338 \quad h = 3350,5 \quad s = 6,2116$$

1.7.4. Создание исполняемых файлов

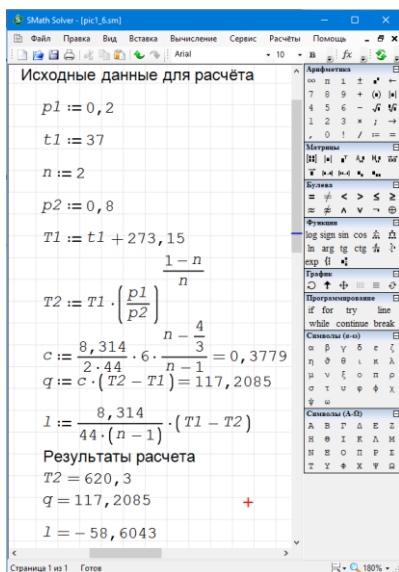
SMath позволяет создавать документы в виде автономных исполняемых файлов (exe-формат). Это оригинальная особенность компьютерной программы SMath [5].

Для сохранения файла в exe-формате нужно открыть диалоговое окно «Сохранить файл» (главное меню «Файл», подпункт «Сохранить как...»), выбрать из раскрывающегося списка «Тип файла» вариант «Executable files (*.exe)» и нажать кнопку «Сохранить». В выбранном каталоге появится готовое для использования расчётное приложение.

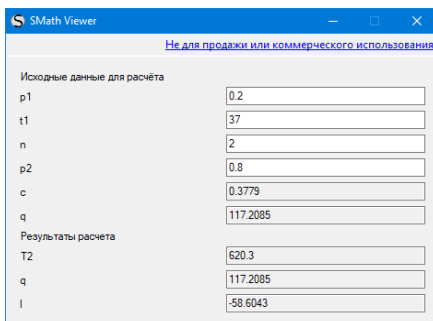
На рис. 1.9 на примере расчёта параметров политропного процесса показан вид одного и того же документа в sm-формате в SMath Solver и в exe-формате в SMath Viewer. В исполняемом файле в SMath Viewer пользователь может отображать исходные данные и результаты расчёта без отображения расчётных формул. При этом он может менять исходные данные, результаты расчёта будут изменяться автоматически.

В файл, который планируется сохранить в формате SMath Viewer, могут быть вставлены текстовые фрагменты, рисунки, графики. Вся эта информация отобразится в исполняемом файле. Но при этом следует учесть, что график после изменения исходных данных в SMath Viewer автоматически не обновится, и он также не будет изменяться и в ручном режиме.

Если потребуется, чтобы какая-то информация из SMath-документа не попала в исполняемый файл, её можно скрыть в закрываемой области (см. п.1.7.2).



а)



б)

Рис. 1.9. Вид документа в SMATH Solver (а) и в SMATH Viewer (б)

Контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения

1. Каковы основные возможности компьютерной программы SMATH?
2. Каким образом в среде SMATH задаются численные значения переменных? Как можно получить их численные значения?
3. Каковы основные преимущества и недостатки программы SMATH?
4. Какие конструкции доступны при использовании панели программирования в среде SMATH?
5. Что необходимо сделать в среде SMATH, чтобы построить график функции?
6. Какие виды графиков можно построить в программе SMATH?
7. Каким образом в SMATH можно найти точки максимума и минимума функции?

8. Каких типов могут быть переменные в SMath?

9. Каким образом в SMath можно определить корень уравнения?

Найти корни системы уравнений?

10. Каково назначение текстовых блоков и областей в SMath?

11. Что понимается под интерполяцией? Какие встроенные функции имеются в SMath для интерполяции табличных данных?

12. Найти значения выражений

$$13,8 + 9,8; \quad \frac{1}{1,5 + 12,7 \cdot 6,1}; \quad 7,32 \cdot e^{-2,4}; \quad \frac{14,7 \cdot 1,3^2}{6,3 + \sqrt{8,9}};$$

$$\ln \frac{4,5 \cdot 7,2^{1,2}}{12,1}; \quad \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{48}}; \quad \lg(4,5 \cdot 10^{-6}).$$

13. Найти значения выражений при $x=5,7$ и $y=6,2$:

$$\frac{x}{y-2}; \quad x^2 + \sqrt{3,2y}; \quad \lg \frac{x^{1,31} + \pi}{y}; \quad \sqrt{x+2y};$$

$$\frac{1}{4x^2} - \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^{1,5}}; \quad \frac{\sin x}{5!} + \sqrt[3]{y};$$

$$x^{5+x} + \sqrt{y}; \quad x + \ln(2 + \sin x); \quad \frac{2y}{1,5y + x} - \frac{4y^2}{3y^2 - x^2}.$$

14. Найти значение функции плотности воды в зависимости от температуры t : $\rho = \frac{995,7}{0,984 - 0,483 \cdot 10^{-3}t}$ при а) $t=25$ °C; б) $t=50$ °C; в) $t=80$ °C.

15. Найти численные значения выражений

$$\int_1^2 (\ln x + \sqrt{5}) dx; \quad \int_{0,5}^{1,5} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) dx; \quad \sum_{i=0}^{10} 2^i; \quad \prod_{i=1}^5 i^2.$$

16. Найти корни уравнений: 1) $6x^2 + 9x - 4 = 0$; 2) $x^{1,41} = \sqrt[3]{x+2}$, используя функции: а) roots; б) solve.

17. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} -x^2 - y + x = 2, \\ 5x = 2y + 7. \end{cases}$$

18. Для матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 9 & 5 & 7 \\ 8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

найти: а) обратную матрицу; б) определитель матрицы; в) матрицу, получаемую при умножении искомой матрицы на 5.

19. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x + 5y + 4z + t = 20 \\ x + 3y + 2z + t = 11 \\ 2x + 10y + 9z + 7t = 40 \\ 3x + 8y + 9z + 2t = 37 \end{cases}$$

методом обратной матрицы.

20. Используя данные, представленные в табл. 1.5, построить графики измерения термодинамических параметров воды и водяного пара в состоянии насыщения в зависимости от температуры.

Таблица 1.5. Термодинамические свойства воды и водяного пара в состоянии насыщения [6]

$t_s, ^\circ\text{C}$	$h', \text{кДж/кг}$	$h'', \text{кДж/кг}$	$s', \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$s'', \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$
18,0	75,55	2533,8	0,2678	8,7112
50,0	209,34	2591,3	0,7038	8,0749
100,0	419,10	2675,6	1,3070	7,3541
150,0	632,3	2745,9	1,8420	6,8370
200,0	852,4	2792,1	2,3308	6,4303
250,0	1085,7	2801,0	2,7934	6,0722
300,0	1344,8	2749,6	3,2547	5,7058
350,0	1670,9	2563,6	3,7783	5,2109
373,0	1974,1	2227,3	4,2375	4,6295
373,946	2087,5	2087,5	4,4120	4,4120

21. Используя справочные данные, представленные в табл. 1.5, и применяя метод интерполяции рассчитать значение:

а) удельной энтальпии воды в состоянии насыщения при температуре насыщения 237 °С;

б) температуры насыщения при удельной энтропии сухого насыщенного пара $s''=6,251$ кДж/(кг·К).

22. Рассчитать значения удельной массовой изобарной теплоёмкости газообразного азота, используя эмпирическую формулу:

$$c_p(T) = 1,051 + 1,228 \cdot 10^{-4}T + 2,767 \cdot 10^{-7}T^2,$$

(Т – температура газа, К) при значениях температуры от 10 до 95 °С с шагом изменения 5 °С.

23. Построить графики функций:

а) $f(x) = e^{x-1}$ при изменении аргумента x от 0,5 до 1,6;

б) $c_p(T) = 1,897 + 4,672 \cdot 10^{-5}T + 3,646 \cdot 10^{-6}T^2$ при T от 280 до 400 К;

в) $z(x, y) = \sin(x) \cdot \cos(y)$;

г) $f(x, y) = 5 \cdot \exp\left(\frac{x^2+y^2}{8}\right) \cdot (\sin x^2 + \cos y^2)$.

24. Найти значение первой и второй производных функции в аналитическом виде (использовать оператор символьных вычислений): а) $f(x) = \sin(x) \cdot \ln(x)$; б) $f(x) = \lg(x)$.

25. Найти точки минимума и максимума функции $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5$.

26. Упростите выражения: а) $(x + y)^2 - (x - y)^2$; б) $\lg(x^2y^3)$.

27. Рассчитать значение функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \leq 0; \\ 2\sqrt{x}, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

при а) $x = -2$; б) $x = 5$.

28. Написать функцию по расчёту суммы и произведения натуральных чисел от 1 до 9.

29. Написать функцию, реализующую метод Ньютона и при помощи её решить уравнение $x^2 - 2,4x - 3,1 = 0$.

30. Найти сумму шести слагаемых ряда:

$$S = 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \right).$$

31. Вычислить сумму ряда

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots,$$

отбросив члены ряда, меньшие по абсолютной величине значения $\varepsilon = 0,00001$.

32. Напишите функцию, которая реализует метод прямоугольников для вычисления интеграла функции $f(x)$ на интервале $[a, b]$.

33. Напишите функцию, которая принимает вектор (одномерный массив) и возвращает его максимальный и минимальный элемент.

34. Напишите функцию, которая позволяет рассчитывать для молекулярного кислорода значение удельного объёма при задании значений давления и температуры.

35. Напишите функцию, которая вычисляет КПД цикла Карно для заданных температур.

36. Напишите функцию, которая для заданных начальных параметров газа и показателя политропы рассчитывается удельная работа процесса.

37. Перевести значение давления 40 бар в другие размерности.

2. Использование в расчётах библиотек теплофизических свойств рабочих тел и теплоносителей

2.1. Расчётные возможности библиотеки CoolProp Wrapper

При выполнении термодинамических расчётов приходится использовать множество справочных данных. Использование бумажных справочников связано с высокими трудозатратами и часто требует применения метода интерполяции.

В SMath имеется возможность использовать в расчётах свободно распространяемую библиотеку CoolProp Wrapper, которая содержит набор функций для определения свойств различных веществ, таких как термодинамические свойства, теплофизические свойства и прочие параметры. Эту библиотеку также можно использовать на C++, MatLab, C#, Python, Microsoft Excel.

Для того чтобы использовать в расчётах функции библиотеки CoolProp Wrapper, необходимо установить данное дополнение (плагин) в программу SMath. Для этого необходимо выбрать главное меню «Сервис», пункт «Дополнения ...», при этом откроется окно «Менеджер расширений», в котором необходимо нажать кнопку «Локальное хранилище» и выбрать строчку «Галерея онлайн» (рис. 2.1). Далее в списке «Дополнения» появятся возможные дополнения, которые можно установить. Используя элементы прокрутки или поле «Быстрый поиск», необходимо найти и выбрать значение «CoolProp Wrapper» и нажать левую кнопку мыши на кнопке «Установить». После успешной установки библиотеки её название появится в списке «Дополнения» в разделе «Локальное хранилище» и не будет отображаться во вкладке «Галерея онлайн». После этого можно начинать пользоваться функциями этого дополнения.

Библиотека CoolProp Wrapper содержит множество расчётных функций. Для ввода названий функций удобно в среде SMath набрать на клавиатуре символы «Cool», после этого выпадет список функций пакета, имя которых начинается с этих четырех букв, из которого можно выбрать подходящую.

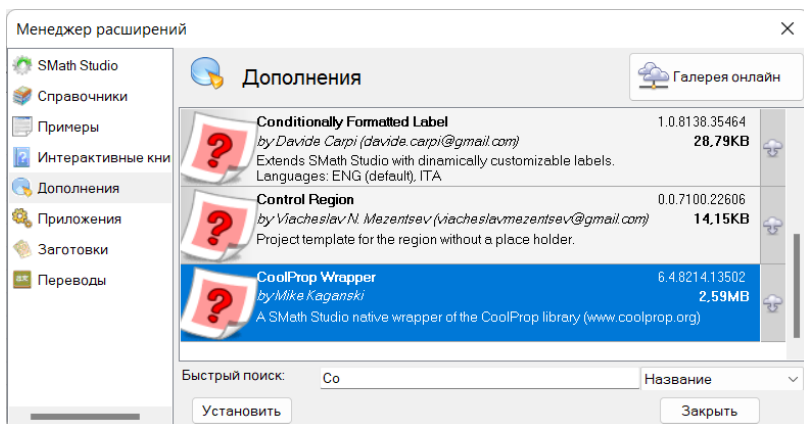


Рис. 2.1. Открытие раздела «Галерея онлайн» в «Менеджере расширений» и выбор дополнения «CoolProp Wrapper»

Для определения термодинамических параметров веществ наиболее часто используется функция `CoolProp_Props` с шестью аргументами [6]:

`CoolProp_Props("A1"; "A2"; A3; "A4"; A5; "A6")`

Первый аргумент ("A1") – это возвращаемый (рассчитываемый) параметр – задаётся в виде строки и должен быть заключен в кавычки. Второй и четвёртый аргументы ("A2" и "A4") – это пара текстовых строк описания параметров термодинамического состояния. Третий и пятый аргумент (A3, A5) являются численными значениями задаваемых параметров состояния. Возможные значения аргументов по задаваемым и возвращаемым параметрам, этой функции представлены в табл. 2.1. В последнем (шестом) аргументе ("A6") функции в виде текстовой строки указывается вещество, для которого определяется параметр. Возможные значения этого аргумента представлены в табл. 2.2.

При использовании функций библиотеки необходимо значения аргументов задавать с размерностью.

Таблица 2.1. Некоторые задаваемые и возвращаемые параметры функции CoolProp_Props [6]

Значение аргумента	Единица измерения	Параметр
C, C _{mass}	Дж/(кг·К)	Удельная массовая изобарная теплоёмкость
C _v mass	Дж/(кг·К)	Удельная массовая изохорная теплоёмкость
D, D _{mass}	кг/м ³	Плотность
H, H _{mass}	Дж/кг	Удельная массовая энтальпия
P	Па	Давление
Q	моль/моль	Степень сухости
S, S _{mass}	Дж/(кг·К)	Удельная массовая энтропия
T	К	Температура
T _{crit}	К	Критическая температура
P _{crit}	К	Критическое давление
T _{triple}	К	Температура тройной точки
p _{triple}	Па	Давление тройной точки

Таблица 2.2. Некоторые вещества по которым функции библиотеки CoolProp возвращает теплофизические параметры

Значение аргумента	Вещество
Air	Воздух
Argon, Ar	Аргон
CarbonDioxide, CO ₂	Углекислый газ
CarbonMonoxide, CO	Угарный газ
Helium, He	Гелий
Hydrogen, H ₂	Водород
Water, water, H ₂ O	Вода
Nitrogen, N ₂	Азот
NitrousOxide, N ₂ O	Оксид азота
Methane, CH ₄	Метан
Krypton, Kr	Криптон
SulfurDioxide, SO ₂	Оксид серы
Oxygen, O ₂	Кислород
Xenon, Xe	Ксенон

Для получения данных, которые не зависят от термодинамического состояния, можно использовать функцию CoolProp_Props1 с двумя аргументами: первый – вещество, а второй – возвращаемый параметр.

Определение параметров газов и их смесей

При проведении термодинамических расчётов часто нужны параметры газов и их смесей. Библиотека CoolProp позволяет определять теплофизические параметры 122 отдельных газов (см. табл. 2.2) и их смесей.

Пример 2.1. Определить удельную энтальпию молекулярного кислорода при давлении 5 атм. и температуре 70 °С.

Текст SMath-документа

Удельную энтальпию молекулярного кислорода

$$h_{O_2} := \text{CoolProp_Props}("H"; "P"; 5 \text{ атм}; "T"; 70 \text{ }^\circ\text{C}; "O_2") = 311,803 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}.$$

По умолчанию энергетические параметры функции библиотеки CoolProp выводятся в размерности Гр (Грей) – это единица измерения количества энергии, переданной веществу при взаимодействии с излучением. Поэтому при выполнении термодинамических расчётов приходится при получении результата задавать размерность возвращаемого результата в Дж (кДж). Это можно осуществить следующим образом. Результат, получаемый по умолчанию:

$$h_{O_2} := \dots = 311,803 \frac{\text{Гр}}{\text{К}}$$

Необходимо выделить численное значение и его удалить, при этом удаляется и размерность результата и отображается два незаполненных знакоместа:

$$h_{O_2} := \dots = \square \square$$

Необходимо выбрать крайнее правое знакоместо и вставить единицу измерения Дж (кДж) (см. п. 1.6), после нажатия клавиши Enter или щелчка мыши вне формулы, произойдёт обновление с использованием заданной единицы измерений:

$$h_{O_2} := \dots = 311,803 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}.$$

Для избавления результата от размерности необходимо разделить на единицы измерения. Например,

$$h_{O_2} := \frac{h_{O_2}}{\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}} = 311,803.$$

Пример 2.2. Определить удельную массовую изобарную теплоёмкость молекулярного азота при давлении 2 атм. и температуре 40 °С. Найти также изохорную теплоёмкость, используя библиотеку CoolProp, а также формулу Майера [1].

Текст SMath-документа

Удельная массовая изобарная теплоёмкость азота

$$c_{p,N_2} := \text{CoolProp_Props}(\text{"Cpmass"; "P"; 2 атм; "T"; 40 °C; "N2"}) = 1024,94 \cdot \frac{1}{\text{К кг}} \text{Дж}$$

Удельная массовая изохорная теплоёмкость азота

1) Используя библиотеку CoolProp

$$\text{CoolProp_Props}(\text{"Cvmass"; "P"; 2 атм; "T"; 40 °C; "N2"}) = 743,632 \cdot \frac{1}{\text{К кг}} \text{Дж}$$

2) Используя формулу Майера

$$R_\mu := 8314$$

$$\mu := 28,0134$$

$$C_{v,N_2} := \frac{C_{p,N_2}}{\frac{\text{Дж}}{\text{К кг}}} - \frac{R_\mu}{\mu} = 746,1515$$

Пример 2.3. Найти удельную массовую изобарную теплоёмкость смеси реальных газов: азота, кислорода и углекислого газа, при температуре 120 °С и давлении 1,2 атм, если массовые доли газов в смеси составляют – 0,4, 0,1 и 0,5 соответственно.

Текст SMath-документа

Массовые изобарные теплоёмкости газов, кДж/(К·кг)

$$C_{pN_2} := \text{CoolProp_Props}(\text{"Cpmass"; "P"; 1,2 атм; "T"; 120 °C; "N2"}) = 1,04465$$

$C_{pO_2} := \text{CoolProp_Props}(\text{"Cpmass"; "P"; 1,2 атм; "T"; 120 °C; "O2"}) = 0,939943$
 $C_{pCO_2} := \text{CoolProp_Props}(\text{"Cpmass"; "P"; 1,2 атм; "T"; 120 °C; "CO2"}) = 0,93670$

Массовая изобарная теплоёмкость смеси газов, кДж/(К·кг)

$$C_p := 0,4 \cdot C_{pN_2} + 0,1 \cdot C_{pO_2} + 0,5 \cdot C_{pCO_2} = 0,980209$$

Пример 2.4. Определить критическую температуру и давление для углекислого газа.

Текст SMath-документа

Критические параметры для углекислого газа

$$\text{CoolProp_Props1}(\text{"CO2"; "Tcrit"}) = 30,9782 \text{ °C}$$

$$\text{CoolProp_Props1}(\text{"CO2"; "Pcrit"}) = 7,3773 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Библиотеку CoolProp можно использовать и для определения параметров смеси газов. Для работы со смесью газов нужно в качестве идентификатора вещества указать строку с указанием газов входящих в смесь и их объёмные доли. Например, спецификация смеси газов "O2[0.2]&CO2[0.3]&H2O[0.5]" означает, что смесь, состоит из 0,2-ой доли "O2", 0,3-х долей "CO2" и 0,5-х долей "H2O".

Пример 2.5. Найти удельную массовую изобарную теплоёмкость смеси реальных газов: азота, кислорода и углекислого газа, при температуре 120 °C и давлении 1,2 атм, если объёмные доли газов в смеси составляют – 0,4, 0,1 и 0,5 соответственно.

Текст SMath-документа

Удельная массовая изобарная теплоёмкость смеси газов

$$\text{CoolProp_Props}(\text{"Cpmass"; "P"; 1,2 атм; "T"; 120 °C; "N2[0.4]&O2[0.1]&CO2[0.5]"}) = 0,969847 \frac{1}{\text{К кг}} \text{ кДж}$$

Пример 2.6. В неохлаждаемом компрессоре сжимается воздух от начального давления 0,1 до 0,8 МПа в количестве 2 кг/с. Определить мощность привода компрессора и температуру сжатого воздуха, если его начальная температура $t_1 = 20 \text{ °C}$, а КПД компрессора 0,8 [12].

Решение

Компрессором называется машина для сжатия газа за счёт подвода работы. Процесс, происходящий при этом близок к адиабатическому. В реальном аппарате часть работы тратится на нагрев.

Неохлаждаемый компрессор – это тип воздушного компрессора, который работает без системы принудительного охлаждения (водяного или воздушного радиатора). Вместо этого он рассеивает теплоту естественным образом через корпус и окружающую среду.

Текст SMath-документа

Задание исходных данных с единицами измерений

$$p_1 := 0,1 \text{ МПа} \quad t_1 := 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_2 := 0,8 \text{ МПа}$$

$$\eta_k := 0,8 \quad D := 2 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

Параметры воздуха на входе в компрессор

$$h_1 := \text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; } p_1; \text{"T"; } t_1; \text{"Air"}) = 419,408 \cdot \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

$$s_1 := \text{CoolProp_Props}(\text{"S"; "P"; } p_1; \text{"T"; } t_1; \text{"Air"}) = 3,86726 \cdot \frac{1}{\text{К кг}} \text{ кДж}$$

Значение энтропии в конце адиабатного процесса

$$s_2 := s_1 = 3,86726 \cdot \frac{1}{\text{К кг}} \text{ кДж}$$

Параметры воздуха в конце процесса сжатия

$$t_2 := \text{CoolProp_Props}(\text{"T"; "P"; } p_2; \text{"S"; } s_2; \text{"Air"}) = 255,037 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$h_2 := \text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; } p_2; \text{"T"; } t_2; \text{"Air"}) = 658,236 \cdot \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Удельная работа компрессора при обратимом сжатии

$$l_k := h_2 - h_1 = 238,828 \cdot \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Действительная (реальная) удельная работа компрессора

$$l_{ki} := \frac{l_k}{\eta_k} = 298,534 \cdot \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Действительная удельная энтальпия воздуха в конце сжатия

$$h_{2i} := h_1 + l_{ki} = 717,943 \cdot \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Температура в конце неидеального процесса сжатия

$$t_{2i} := \text{CoolProp_Props}("T"; "P"; p_2; "H"; h_{2i}; "Air") = 312,219 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Мощность привода компрессора

$$N := D \cdot I_{ki} = 597,069 \text{ кВт}$$

Часто в практических расчётах необходимо определять параметры атмосферного воздуха, что можно также сделать, используя библиотеку CoolProp.

Пример 2.7. Рассчитать значение удельной изобарной теплоёмкости для воздуха при давлении 2 атм и температуре 40 °С.

Текст SMath-документа

Удельная изобарная теплоёмкость воздуха

$$\text{CoolProp_Props}("Cp_{\text{mass}}"; "P"; 2 \text{ атм}; "T"; 40 \text{ } ^\circ\text{C}; "Air") = 1,00836 \frac{\text{кДж}}{\text{К кг}}$$

В теплотехнических задачах часто необходимо использовать свойства влажного воздуха, например, при проектировании систем отопления, вентиляции и кондиционирования.

Для определения термодинамических свойств влажного воздуха используется функция CoolProp_HAProps с семью аргументами. Первый аргумент – это искомый параметр, значение которого необходимо вернуть. Затем идут входные параметры. У этой функции для определения теплофизических параметров влажного воздуха используются собственные наименования входных и выходных параметров, некоторые из которых приведены в табл. 2.3.

Пример 2.8. Атмосферный воздух при давлении $p=1$ бар и относительной влажности $\varphi=90$ % имеет температуру $t=20$ °С. Определить характеристики влажного атмосферного воздуха: температуру точки росы ($t_{\text{росы}}$), влагосодержание (d), удельную энтальпию (H) и парциальное давление водяного пара (p_n) [7].

Текст SMath-документа

Определение температуры точки росы

$$t_{\text{росы}} := \text{CoolProp_HAProps}("Tdp"; "R"; 0,9; "P"; 1 \text{ бар}; "T"; 20 \text{ } ^\circ\text{C}) = 18,31 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Влагосодержание воздуха, кг/(кг с.в.)

$d := \text{CoolProp_HAProps}("W"; "R"; 0,9; "P"; 1 \text{ бар}; "T"; 20 \text{ }^\circ\text{C}) = 0,0134$

Определение энтальпии влажного воздуха в пересчёте на 1 кг сухого воздуха

$H := \text{CoolProp_HAProps}("H"; "R"; 0,9; "P"; 1 \text{ бар}; "T"; 20 \text{ }^\circ\text{C}) = 54,19 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$

Парциальное давление водяного пара в воздухе

$p_n := \text{CoolProp_HAProps}("P_w"; "R"; 0,9; "P"; 1 \text{ бар}; "T"; 20 \text{ }^\circ\text{C}) = 2113,996 \text{ Па}$

Таблица 2.3. Некоторые входные и выходные параметры функции CoolProp_HAProps [6]

Значение аргумента	Возможность использовать как		Описание
	входной	искомый	
B, Twb	Да	Да	Температура влажного термометра
C, cp	Нет	Да	Изобарная теплоёмкость смеси на кг сухого воздуха
Cha	Нет	Да	Изобарная теплоёмкость смеси на кг влажного воздуха
D, Tdp	Да	Да	Температура точки росы
H, Had	Да	Да	Энтальпия смеси на кг сухого воздуха
Hha	Да	Да	Энтальпия на кг влажного воздуха
P	Да	Нет	Давление
P_w	Да	Да	Парциальное давление водяного пара в воздухе
R	Да	Да	Относительная влажность воздуха (значение находится в диапазоне [0, 1])
W, Omega	Да	Да	Влагосодержание

Определение параметров воды и водяного пара

Определение термодинамических параметров воды и пара очень важно при расчёте и анализе теплоэнергетических установок.

Пример 2.9. Найти параметры воды и пара:

а) удельную энтальпию нагретой воды при давлении $p=1$ атм и температуре $t=40$ °C;

б) температуру насыщения воды при давлении 2 атм;

в) удельный объём влажного насыщенного пара при давлении $p=10$ атм при степени сухости $x=0,8$;

г) удельную энтропию сухого насыщенного пара при давлении $p=140$ атм;

д) удельную энтальпию перегретого пара при давлении 140 атм и температуре 550 °С.

Текст SMath-документа

а) удельная энтальпия нагретой воды при давлении $p=1$ атм и температуре $t=40$ °С:

$$\text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; 1 атм; "T"; 40 °С; "Water"}) = 157,706 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

б) температура насыщения воды при давлении $p=2$ атм

$$\text{CoolProp_Props}(\text{"T"; "P"; 2 атм; "Q"; 0; "Water"}) = 120,627 \text{ °С}$$

в) удельный объём влажного насыщенного пара при давлении $p=10$ атм и степени сухости $x=0,8$

$$p := \text{CoolProp_Props}(\text{"D"; "P"; 10 атм; "Q"; 0,8; "Water"}) \quad \text{Плотность}$$

$$v := \frac{1}{\rho} = 0,153774 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

г) удельная энтропия сухого насыщенного пара при давлении $p=140$ атм

$$\text{CoolProp_Props}(\text{"S"; "P"; 140 атм; "Q"; 1; "Water"}) = 5,3613 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

д) удельная энтальпия перегретого пара при давлении $p=140$ атм и температуре $t=550$ °С

$$\text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; 140 атм; "T"; 550 °С; "Water"}) = 3458,98 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Пример 2.10. Определить критические параметры воды.

Текст SMath-документа

Критические давления и температуры воды

$$p_{\text{кр}} := \text{CoolProp_Props1}(\text{"H2O"; "Pcrit"}) = 2,2064 \cdot 10^7 \text{ Па}$$

$$t_{кр} := \text{CoolProp_Props1}(\text{"H2O"}; \text{"Tcrit"}) = 373,946 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Критические энтальпия и энтропия воды

$$h_{кр} := \text{CoolProp_Props}(\text{"H"}; \text{"P"}; p_{кр}; \text{"T"}; t_{кр}; \text{"H2O"}) = 2087,3 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

$$s_{кр} := \text{CoolProp_Props}(\text{"S"}; \text{"P"}; p_{кр}; \text{"T"}; t_{кр}; \text{"H2O"}) = 4,41118 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{ кДж}$$

Критические плотность и удельный объём воды

$$\rho_{кр} := \text{CoolProp_Props}(\text{"D"}; \text{"P"}; p_{кр}; \text{"T"}; t_{кр}; \text{"H2O"}) = 321,024 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$v_{кр} := \frac{1}{\rho_{кр}} = 0,00311503 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}.$$

Функция библиотеки CoolProp_Phase возвращает фазу вещества при указанных параметрах:

CoolProp_Phase("T"; 20 °C; "P"; 1 атм; "H2O") = "liquid"

CoolProp_Phase("T"; 450 °C; "P"; 137 атм; "H2O") =
"supercritical_gas"

В справочной литературе термодинамические параметры воды и пара имеют небольшие расхождения. Для их описания используются несколько международных стандартов.

IAPWS-95 – это стандарт Международной организации свойств воды и пара, который позволяет рассчитывать термодинамические параметры воды и пара в зависимости от различных комбинаций температуры, плотности, давления, энтальпии и энтропии.

Формулировка IAPWS-95 основана на фундаментальном уравнении свободной энергии Гельмгольца как функции температуры и плотности. Другие термодинамические свойства получаются путём дифференцирования и алгебраических манипуляций без использования какой-либо другой информации.

При разработке новой формуляции IAPWS-97 ставилась цель увеличить скорость и точность расчётов (при использовании вычислительной техники), поэтому новая формуляция более точно передаёт значения в промежуточных точках ске-

летной таблицы свойств воды и водяного пара и к тому же расчёт производится быстрее [6].

В библиотеке CoolProp Wrapper по умолчанию используется уравнение формуляции Международной ассоциации по свойствам воды и водяного пара IAPWS-95. Получаемые результаты могут незначительно отличаться от значений, указанных, например, в таблицах воды и водяного пара [9]. Чтобы убрать эти отличия для перехода к IAPWS-97, необходимо в качестве вещества указать "IF97::H2O". Однако с таким аргументом не все функции библиотеки работают (например, CoolProp_Phase).

Пример 2.11. Рассчитать значения удельной энтальпии по формуляции IAPWS-95 и IAPWS-97 для следующих параметров: а) $p=2$ бар, $t=40$ °C; б) воды в состоянии насыщения при $p=16$ МПа; в) влажного насыщенного пара при $p=140$ бар, $x=0,8$; г) сухого насыщенного пара при $p=16$ МПа; д) перегретого пара при $p=24,0$ МПа, $t=540$ °C. Сравнить результаты со справочными данными.

Текст SMath-документа

а) Удельная энтальпия нагретой воды, кДж/кг

CoolProp_Props("H"; "P"; 2 бар; "T"; 40 °C; "IF97::H2O") = 167,712

CoolProp_Props("H"; "P"; 2 бар; "T"; 40 °C; "H2O") = 167,704

Из справочника [9] – $h=167,7$ кДж/кг

б) Удельная энтальпия воды в состоянии насыщения, кДж/кг

CoolProp_Props("H"; "P"; 16 МПа; "Q"; 0; "IF97::H2O") = 1649,67

CoolProp_Props("H"; "P"; 16 МПа; "Q"; 0; "H2O") = 1649,69

Из справочника [9] – $h'=1649,7$ кДж/кг

в) Удельная энтальпия влажного насыщенного пара, кДж/кг

CoolProp_Props("H"; "P"; 140 бар; "Q"; 0,8; "IF97::H2O") = 2424,65

CoolProp_Props("H"; "P"; 140 бар; "Q"; 0,8; "H2O") = 2424,48

Из справочника [9] – $h_x=2424,66$ кДж/кг

г) Удельная энтальпия сухого насыщенного пара, кДж/кг

CoolProp_Props("H"; "P"; 16 МПа; "Q"; 1; "IF97::H2O") = 2580,8

CoolProp_Props("H"; "P"; 16 МПа; "Q"; 1; "H2O") = 2580,79

Из справочника [9] – $h''=2580,8$ кДж/кг

д) Удельная энтальпия перегретого пара, кДж/кг

$\text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; 24 МПа; "T"; 540 }^\circ\text{C; "IF97::H2O"}) = 3318,78$

$\text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; 24 МПа; "T"; 540 }^\circ\text{C; "H2O"}) = 3318,71$

Из справочника [9] – $h=3318,8$ кДж/кг

Пример 2.12. Построить графики функции удельной изобарной теплоёмкости воды по формуляциям IAPWS-95 и IAPWS-97.

Текст SMath-документа

Задание функций по расчёту удельной изобарной теплоёмкости

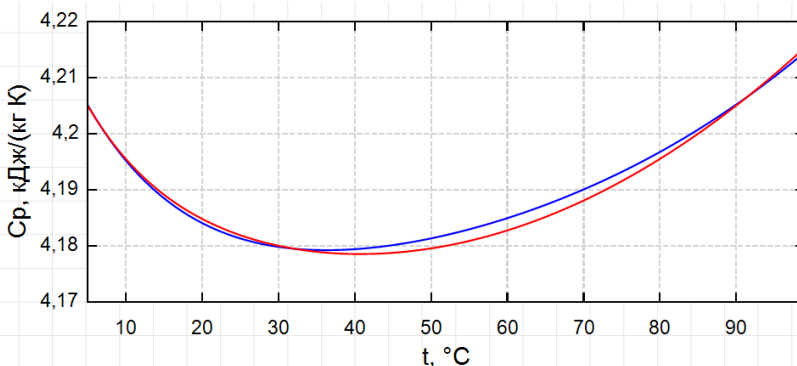
$\text{Cp95}(t) := \text{CoolProp_Props}(\text{"CPMASS"; "P"; 1 бар; "T"; } t \text{ }^\circ\text{C; "H2O"})$

$\text{Cp97}(t) := \text{CoolProp_Props}(\text{"CPMASS"; "P"; 1 бар; "T"; } t \text{ }^\circ\text{C; "IF97::H2O"})$

Значения функции на границах графика

$$\text{Cp95}(1) = 4216,12 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж} \quad \text{Cp95}(99) = 4214,53 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

Построение графика функций с использованием дополнения «X-Y Plot Region»



$$\begin{cases} \text{Cp95}(t) \cdot 10^{-3} \\ \text{Cp97}(t) \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Таким образом, анализ полученных результатов расчёта по зависимостям формуляций IAPWS-95 и IAPWS-97 показывает, что различия в значениях имеются, но они незначительны.

Пример 2.13. Определить термодинамические параметры перегретого (острого) пара при давлении $p_0=24$ МПа и температуре $t_0=560$ °С.

Текст SMath-документа

Исходные данные для расчёта

$$p_0 := 24 \text{ МПа} \qquad t_0 := 560 \text{ °С}$$

Удельный объём перегретого пара

$$v_0 := \frac{1}{\text{CoolProp_Props}("D"; "P"; p_0; "T"; t_0; "IF97::H2O")} = 0,0136745 \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$$

Удельная энтальпия перегретого пара

$$h_0 := \text{CoolProp_Props}("H"; "P"; p_0; "T"; t_0; "IF97::H2O") = 3382,33 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная энтропия перегретого пара

$$s_0 := \text{CoolProp_Props}("S"; "P"; p_0; "T"; t_0; "IF97::H2O") = 6,24957 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

Пример 2.14. Рассчитать значения удельной энтропии перегретого пара при следующих параметрах: а) $p=240$ бар, $t=550$ °С; б) $p=220$ бар, $t=505$ °С.

Текст SMath-документа

Объявление упрощенного варианта функции, что предотвращает ввод однотипных значений

$$f(p; t) := \text{CoolProp_Props}("S"; "P"; p \text{ бар}; "T"; t \text{ °С}; "IF97::H2O")$$

Результаты расчёта

$$f(240; 550) = 6,2116 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

$$f(220; 505) = 6,0926 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

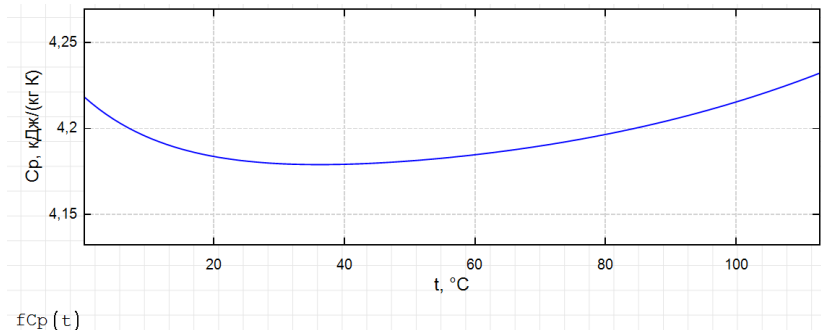
Пример 2.15. Построить график изменения удельной массовой изобарной теплоёмкости воды при давлении 2 бар в зависимости от температуры.

Текст SMath-документа

Объявление функции по расчёту удельной массовой изобарной теплоёмкости воды при давлении 2 бар в зависимости от температуры

$fCp(t) := \text{CoolProp_Props}(\text{"Cpmass"; "P"; 2 бар; "T"; } t \text{ } ^\circ\text{C; "H2O"})$

Построение графика зависимости изобарной теплоёмкости воды от температуры



Данные для настройки графика по оси ординат

$fCp(1) = 4,2156$

$fCp(40) = 4,1792$

Пример 2.16. Используя библиотеку CoolProp построить в T,s-диаграмме изобары для воды и водяного пара.

Текст SMath-документа

Определение функций при постоянных давлениях:

$$fT1(s) := \frac{\text{CoolProp_Props}(\text{"T"; "P"; 1 бар; "S"; } s \cdot 10^3; \text{"Water"}) - 273,15 \text{ K}}{\text{K}}$$

$$fT5(s) := \frac{\text{CoolProp_Props}(\text{"T"; "P"; 5 бар; "S"; } s \cdot 10^3; \text{"Water"}) - 273,15 \text{ K}}{\text{K}}$$

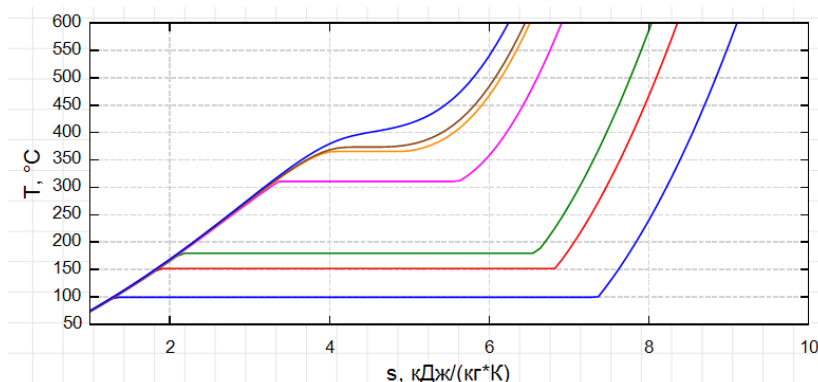
$$fT10(s) := \frac{\text{CoolProp_Props}(\text{"T"; "P"; 10 бар; "S"; } s \cdot 10^3; \text{"Water"}) - 273,15 \text{ K}}{\text{K}}$$

$$fT100(s) := \frac{\text{CoolProp_Props}(\text{"T"; "P"; 100 бар; "S"; } s \cdot 10^3; \text{"Water"}) - 273,15 \text{ K}}{\text{K}}$$

$$fT200(s) := \frac{\text{Cool Prop_Props}("T"; "P"; 200 \text{ бар}; "S"; s \cdot 10^3; "Water") - 273,15 \text{ K}}{K}$$

$$fT220(s) := \frac{\text{Cool Prop_Props}("T"; "P"; 220 \text{ бар}; "S"; s \cdot 10^3; "Water") - 273,15 \text{ K}}{K}$$

$$fT300(s) := \frac{\text{Cool Prop_Props}("T"; "P"; 300 \text{ бар}; "S"; s \cdot 10^3; "Water") - 273,15 \text{ K}}{K}$$



$\left\{ \begin{array}{l} fT1(x) \\ fT5(x) \\ fT10(x) \\ fT100(x) \\ fT200(x) \\ fT220(x) \\ fT300(x) \end{array} \right.$

Определение параметров хладагентов

Хладагенты используются в холодильных системах, кондиционерах и тепловых насосах для передачи тепла из помещения или среды в окружающую среду. Они абсорбируют тепло и испаряются при низких температурах, а затем конденсируются и отдают теплоту при высоких температурах. Таким образом, хладагенты играют важную роль в процессе охлаждения и обогрева помещений.

В настоящее время список химических соединений, используемых (и планируемых к использованию) в качестве хладагентов, превышает 100 наименований, и это не считая значительного количества бинарных и тройных систем, образованных этими веществами. Библиотека CoolProp позволяет определить теплофизические параметры по ряду хладагентов, некоторые из которых представлены в табл. 2.4.

Таблица 2.4. Некоторые вещества, по которым функции библиотеки CoolProp возвращает теплофизические параметры

Значение аргумента	Вещество	Значение аргумента	Вещество
R170	Этан C_2H_6	R744	CO_2
R290	Пропан C_3H_8	R12	CCl_2F_2
R600	н-бутан C_4H_{10}	R22	$CHClF_2$
R600a	изо-бутан C_4H_{10}	R23	CHF_3
R717	аммиак NH_3	R134a	$C_2H_2F_4$

Пример 2.17. Определить термодинамические параметры для этана (хладагент R170).

Текст SMath-документа

Критическая температура хладагента:

`CoolProp_Props1("R170"; "Tcrit") = 32,172 °C`

Критическое давление хладагента:

`CoolProp_Props1("R170"; "Pcrit") = 4,8722 МПа.`

Пример 2.18. В холодильной установке сухой насыщенный пар аммиака при давлении 0,2 МПа поступает на неохлаждаемый компрессор, где давление повышается до 1,2 МПа. КПД компрессора 0,82. Определить действительную удельную работу компрессора и температуру аммиака на входе в компрессор и на выходе из него [13].

Текст SMath-документа

Задание исходных данных

$p_1 := 0,2 \text{ МПа}$

$p_2 := 1,2 \text{ МПа}$

$\eta_k := 0,82$

Параметры сухого насыщенного пара NH₃ на входе в компрессор

$$t_1 := \text{CoolProp_Props}(\text{"T"; "P"; } p_1; \text{"Q"; } 1; \text{"NH3"}) = -18,8419 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$h_1 := \text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; } p_1; \text{"Q"; } 1; \text{"NH3"}) = 1584,64 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

$$s_1 := \text{CoolProp_Props}(\text{"S"; "P"; } p_1; \text{"Q"; } 1; \text{"NH3"}) = 6,36872 \frac{1}{\text{К кг}} \text{ кДж}$$

Значение энтропии в конце адиабатного процесса

$$s_2 := s_1 = 6,36872 \frac{1}{\text{К кг}} \text{ кДж}$$

Значение энтальпии в конце адиабатного процесса

$$h_2 := \text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; } p_2; \text{"S"; } s_2; \text{"NH3"}) = 1847,6 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Действительная (реальная) удельная работа компрессора

$$l_{ki} := \frac{h_2 - h_1}{\eta_k} = 320,688 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Действительная удельная энтальпия аммиака в конце сжатия

$$h_{2i} := h_1 + l_{ki} = 1905,32 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Температура в конце неидеального процесса сжатия

$$t_{2i} := \text{CoolProp_Props}(\text{"T"; "P"; } p_2; \text{"H"; } h_{2i}; \text{"NH3"}) = 133,031 \text{ } ^\circ\text{C}$$

2.2. Расчётные возможности библиотеки

WaterSteamPro

Для определения термодинамических свойств воды, водяного пара, газов и их смесей также можно использовать библиотеку WaterSteamPro (разработчики: А.А. Александров, К.А. Орлов, В.Ф. Очков) [13]. Подключение этой библиотеки (дополнения) в программе SMath осуществляется аналогичным образом, как и библиотеки CoolProp (см. п. 3.1). Однако библиотека WaterSteamPro является платной, без её лицензирования функции будут недоступны. Условия лицензирования библиотеки указаны на сайте разработчиков (www.wsp.ru/ru/).

После подключения к программе SMath и последующего лицензирования пакета WaterSteamPro (станут доступны 353 функции, возвращающие теплофизические свойства (ТФС) воды и водяного пара (префикс wsp), а также (дымовых) газов и их смесей (префикс wspg), необходимых для расчёта, например, котлов, газотурбинных и парогазовых установок. В библиотеке термодинамические свойства воды и водяного пара вычисляются по формуляции 1997 года для технических расчётов, а остальные свойства – по соответствующим им формуляциям [6].

Определение параметров газов и их смесей

Библиотека WaterSteamPro включает функции для расчёта свойств газов. Функции предназначены для вычисления термодинамических свойств 11-ти (табл. 2.5), входящих в состав воздуха и продуктов сгорания, газов, а также их смесей, в идеальном состоянии при температурах от 200 до 2500 К. Наиболее используемые функции для расчёта свойств газов и их смесей представлены в табл. 2.6.

Таблица 2.5. Газы и их смеси, определённые в библиотеке WaterSteamPro [13]

Значение аргумента	Вещество	Значение аргумента	Вещество
N2	Азот	NO	Оксид азота
O2	Кислород	NO2	Диоксид азота
CO	Оксид углерода	Ar	Аргон
CO2	Диоксид углерода	Ne	Неон
H2O	Водяной пар	H2	Водород
SO2	Диоксид серы	AirMix	Воздух как смесь газов
Air	Воздух (единый газ)	N2AirMix	Атмосферный азот как смесь газов
N2Air	Атмосферный азот (единый газ)		

Таблица 2.6. Некоторые функции библиотеки WaterSteamPro для определения параметров газов и их смесей [13]

Функция	Назначение
wspgCPGST(gs; t)	Возвращает удельную изобарную теплоёмкость газа gs при температуре t
wspgHGST(gs; t)	Возвращает удельную энтальпию газа gs при температуре t
wspgSGST(gs; t)	Возвращает удельную энтропию газа gs при температуре t и давлении p = 1 бар
wspgSGSPT(gs; p; t)	Возвращает удельную энтропию газа gs при температуре t и давлении p
wspgTGSPS(gs; p; s)	Возвращает температуры газа gs при давлении p и удельной энтропии s

Пример 2.19. Определить удельные массовые изобарные теплоёмкости при температуре 60 °С: а) азота; б) кислорода.

Текст SMath-документа

Удельная массовая изобарная теплоёмкость азота

$$\text{wspgCPGST}(\text{"N2"}; 60 \text{ }^{\circ}\text{C}) = 1,0405 \frac{1}{\text{K} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная массовая изобарная теплоёмкость кислорода

$$\text{wspgCPGST}(\text{"O2"}; 60 \text{ }^{\circ}\text{C}) = 0,9244 \frac{1}{\text{K} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

Библиотеку WaterSteamPro можно использовать и для определения параметров смеси газов. Смеси газов также рассматриваются как идеальные.

Для работы со смесью газов нужно в качестве идентификатора газа указать строчку с указанием газов, входящих в смесь и их объёмные доли. Например, спецификация смеси газов "O2:1;CO2:3;H2O:5" означает, что смесь состоит из 1-ой объёмной доли кислорода O₂, 3-х объёмных долей углекислого газа CO₂ и 5-ти объёмных долей водяных паров H₂O. Для указания того чтобы использовать массовые доли, требуется указать суффикс "М". Так спецификация "O2:1М;CO2:2М" описывает смесь, состоящую из 1-ой массовой доли "O2" и 2-х массовых долей "CO2".

Пример 2.20. Рассчитать удельную массовую теплоёмкость смеси азота, кислорода и углекислого газа при температуре 120 °С и давлении 1,2 атм, если объёмные доли газов в смеси составляют – 0,4, 0,1 и 0,5 соответственно.

Текст SMath-документа

1. Вариант

$$\text{wspgCPGST}(\text{"N2:0.4;O2:0.1;CO2:0.5"; } 120 \text{ } ^\circ\text{C}) = 0,9677 \frac{1}{\text{К кг}} \text{кДж}$$

2. Вариант

Объёмные доли газов в смеси

$$r_{\text{N}_2} := 0,4 \quad r_{\text{O}_2} := 0,1 \quad r_{\text{CO}_2} := 0,5$$

Формирование строки – идентификатора смеси газов

$$\text{sGas} := \text{concat}(\text{"N2:"}; \text{num2str}(r_{\text{N}_2}; \text{"n5"}); \text{";O2:"}; \text{num2str}(r_{\text{O}_2}; \text{"n5"}); \text{";CO2:"}; \text{num2str}(r_{\text{CO}_2}; \text{"n5"}))$$

num2str() – функция для преобразования численного значения в строку

concat() – функции возвращает соединённые строки

Вывод полученной строки для контроля

$$\text{sGas} = \text{"N2:0.4;O2:0.1;CO2:0.5"}$$

$$\text{wspgCPGST}(\text{sGas}; 120 \text{ } ^\circ\text{C}) = 0,9677 \frac{1}{\text{К кг}} \text{кДж}$$

Определение параметров воды и водяного пара

Для ввода функций пакета WaterSteamPro в программе SMath удобно набрать на клавиатуре символы wspH. После этого выпадет список функций, имя которых начинается с этих четырех букв. Эти функции имеют разные аргументы [13] – разные параметры воды и водяного пара, зафиксированные в последующих буквах. Буква S в имени функции будет означать, что ведётся расчёт на линии насыщения. При этом имеется в виду либо вода (W), либо водяной пар (S), либо их смесь (X). Числа 1, 2, 3 и 5, прописываемые за буквами wspH, означают, что имеется в виду: вода (1), водяной пар (2), окрестная область (3) или пар при высокой температуре (5).

Наиболее часто используемые функции пакета для воды и водяного пара представлены в табл. 2.7.

Полный перечень функций библиотеки WaterSteamPro и их описание представлено на сайте www.wsp.ru.

Таблица 2.7. Некоторые функции библиотеки WaterSteamPro для определения параметров воды и водяного пара [13]

Функция	Назначение функции
wspTSP(p)	Возвращает значение температуры насыщения при давлении p
wspPST(t)	Возвращает значение давления воды на линии насыщения при температуре t
wspHPT(p;t)	Возвращает значение энтальпии воды и водяного пара в зависимости от давления p и температуры t
wspSPT(p;t)	Возвращает значение энтропии воды и водяного пара в зависимости от давления p и температуры t
wspVPT(p;t)	Возвращает значение удельного объема воды и водяного пара в зависимости от давления p и температуры t
wspXPH(p;h)	Возвращает значение степени сухости в состоянии насыщения при давлении p и энтальпии h
wspHPS(p;s)	Возвращает значение энтальпии воды и водяного пара в зависимости от давления p и энтропии s
wspVPH(p;h)	Возвращает значение удельного объема воды и водяного пара в зависимости от давления p и энтальпии h
wspHSWT(t)	Возвращает значение энтальпии воды на линии насыщения при температуре t
wspSSWT(t)	Возвращает значение энтропии воды на линии насыщения при температуре t
wspHSST(t)	Возвращает значение энтальпии пара на линии насыщения при температуре t
wspTPH(p;h)	Возвращает значение температуры с давлением p и энтальпией h
wspDPT(p;t)	Возвращает значение плотности воды в зависимости от давления p и температуры t
wspCPSWT(t)	Возвращает значение изобарной теплоёмкости воды на линии насыщения при температуре t

Пример 2.21. Рассчитать значения удельной энтальпии для следующих параметров: а) нагретая вода при p=2 бар, t=40 °C;

б) воды в состоянии насыщения при $p=16$ МПа; в) влажного насыщенного пара при $p=140$ бар, $x=0,8$; г) сухого насыщенного пара при $p=16$ МПа; д) перегретого пара при $p=24,0$ МПа, $t=540$ °С. Сравнить результаты со справочными данными.

Текст SMath-документа

а) *Определение энтальпии нагретой воды*

$$\text{wspHPT}(2 \text{ бар}; 40 \text{ °C}) = 167,7118 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Из справочника [9] – $h=167,7$ кДж/кг

б) *Определение энтальпии для воды в состоянии насыщения*

$$\text{wspHSWT}(\text{wspTSP}(16 \text{ МПа})) = 1649,6719 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Из справочника [9] – $h'=1649,7$ кДж/кг

в) *Определение энтальпии влажного насыщенного пара*

$$\text{wspHSTX}(\text{wspTSP}(140 \text{ бар}); 0,8) = 2424,6505 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Из справочника [9] – $h_x=2424,66$ кДж/кг

г) *Определение энтальпии сухого насыщенного пара*

$$\text{wspHSST}(\text{wspTSP}(16 \text{ МПа})) = 2580,8044 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Из справочника [9] – $h''=2580,8$ кДж/кг

д) *Определение энтальпии для перегретого пара*

$$\text{wspHPT}(24 \text{ МПа}; 540 \text{ °C}) = 3318,7754 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Из справочника [9] – $h=3318,8$ кДж/кг

Контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения

1. Каковы назначение и возможности расчётных библиотек CoolProp и WaterSteamPro?

2. Используя библиотеку CoolProp (WaterSteamPro), определить энергетические параметры состояния воды и пара при следующих данных: а) нагретая вода при $p=2$ бар, $t=70$ °С; б) воды в состоянии насыщения при $p=16$ МПа; в) влажного насыщенного пара при $p=130$ бар, $x=0,78$; г) сухого насыщенного пара при $p=16$ МПа; д)

перегретого пара при $p=24,0$ МПа, $t=540$ °С. Сравнить результаты со справочными данными.

3. Используя библиотеку CoolProp (WaterSteamPro), определить массовую плотность, удельную изобарную теплоёмкость и энтальпию при давлении 4 бар и температуре 27 °С следующих газов: а) водорода; б) гелия; в) метана.

4. Используя библиотеку CoolProp (WaterSteamPro), определить массовую плотность, удельную изобарную теплоёмкость и энтальпию при давлении 10 бар и температуре 30 °С для следующих смесей газов: а) аргона и водорода (соотношение – 90:10); б) водорода и азота (40:60).

5. Используя библиотеку CoolProp (WaterSteamPro), определить массовую плотность, удельную изобарную теплоёмкость и энтальпию при давлении 2,5 бар и температуре 30 °С для атмосферного воздуха.

6. Влажный атмосферный воздух имеет температуру 50 °С и давление 1 бар, парциальное давление водяного пара в воздухе составляет 0,04 бар. Определить абсолютную и относительную влажность воздуха, влагосодержание, удельную энтальпию и температуру точки росы.

7. Найти состояние воды при следующих параметрах: а) $p=140$ бар; $t=200$ °С; б) $p=40$ бар; $t=300$ °С.

8. Воздух с начальными параметрами $p_1=5$ бар, $t_1=280$ °С адиабатно расширяется до давления $p_2=2$ бар. Определить конечные значения температуры и удельного объёма, работу изменения давления [7].

9. Рассчитайте относительное расхождение при расчёте удельной изохорной теплоёмкости воды определённым по формуляциям IAPWS-95 и IAPWS-97.

3. Примеры практического применения

3.1. Расчёт тепловой экономичности обратимого цикла газотурбинной установки

В настоящее время газотурбинные установки (ГТУ) довольно широко применяются в малой энергетике.

ГТУ предназначены для эксплуатации в любых климатических условиях как основной или резервный источник электроэнергии и тепла для объектов производственного или бытового назначения.

Наибольшее применение в энергетике получили ГТУ с простым разомкнутым циклом (рис. 3.1) [2, 12].

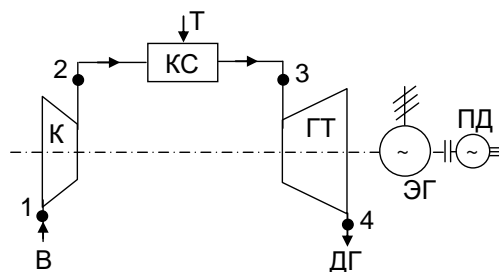


Рис. 3.1. Схема газотурбинной установки простого разомкнутого цикла:

К – компрессор; В – воздух; Т – топливо; КС – камера сгорания; ГТ – газовая турбина; ЭГ – электрический генератор; ПД – пусковое устройство; ДГ – дымовые газы

В ГТУ атмосферный воздух засасывается компрессором К и после адиабатного сжатия при большом давлении подаётся в камеру сгорания КС, где осуществляется изобарное сжигание органического топлива. В качестве топлива используется природный газ, а также жидкое (дизельное) топливо. В камере сгорания происходит сгорание топлива, при этом происходит выделение значительного количества теплоты и образуются продукты сгорания. Для предотвращения создания высоких температур в камере сгорания, что может привести к разрушению металла, в неё подаётся воздух в 5 и более раз больше, чем требуется для полного окисления веществ вхо-

дящих в состав топлива. Продукты сгорания (оксид углерода, водяные пары и избыток воздуха) с высокой температурой поступают в газовую турбину ГТ, где они адиабатно расширяются до давления внешней среды, производя полезную техническую работу. Газовая турбина находится на одном валу с компрессором, поэтому часть работы турбины затрачивается на привод компрессора. Из газовой турбины дымовые газы выбрасываются через дымовую трубу в атмосферу, где они изобарно охлаждаются до температуры окружающей среды.

Анализ тепловой экономичности ГТУ для упрощения выполняется со следующими допущениями [2]:

- свойства рабочего тела ГТУ во всех процессах считаются соответствующими свойствами идеального двухатомного воздуха с постоянной изобарной теплоёмкостью;
- массовое количество рабочего тела во всех точках процесса считается одинаковым и равным количеству воздуха, поступающему в компрессор (расход топлива в ГТУ по отношению к расходу воздуха несоизмеримо мал и составляет около 2 %);
- условно цикл ГТУ считается замкнутым между точками 4 и 1 (рис. 3.2) по изобарному процессу отвода теплоты от рабочего тела.

В соответствии с указанными допущениями обратимый (идеальный) цикл ГТУ в p,v - и T,s -диаграммах представлен на рис. 3.2.

Для адиабат 1-2 и 3-4 при одинаковых пределах изменения давлений одинаковы отношения температур [16]:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_1}{T_4} = \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = v^{\frac{\kappa-1}{\kappa}},$$

где v – степень повышения давления в компрессоре.

Техническая работа обратимого адиабатного процесса сжатия воздуха в компрессоре 1-2 равна разности энтальпий среды на выходе и входе этого процесса, а для воздуха со

свойствами идеального газа – разности температур, умноженную на изобарную теплоёмкость воздуха (c_p):

$$\ell_k = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1). \quad (3.1)$$

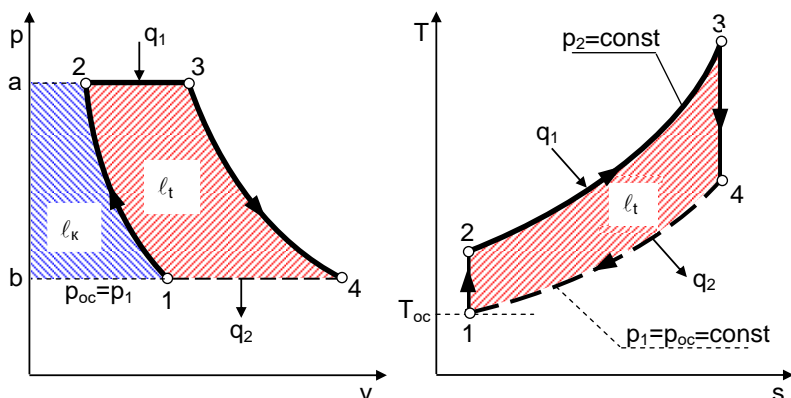


Рис. 3.2. p,v - и T,s -диаграммы обратимого (идеального) цикла ГТУ

Теплота, подводимая к рабочему телу в камере сгорания в результате сжигания топлива, соответствует изобарному процессу 2-3 и рассчитывается как

$$q_1 = h_3 - h_2 = c_p(T_3 - T_2). \quad (3.2)$$

Техническая работа обратимого адиабатного процесса расширения продуктов сгорания в турбине 3-4:

$$\ell_{ГТ} = h_3 - h_4 = c_p(T_3 - T_4). \quad (3.3)$$

Теплота, отведённая от рабочего тела в окружающую среду (изобарный процесс 4-1):

$$q_2 = h_4 - h_1 = c_p(T_4 - T_1). \quad (3.4)$$

Работа цикла ГТУ может определяться как разность работ газовой турбины и компрессора или как разность подведённой к рабочему телу и отведённой от рабочего тела теплоты:

$$\ell_t = \ell_{ГТ} - \ell_k = q_1 - q_2. \quad (3.5)$$

Термический КПД цикла ГТУ определяется выражением:

$$\eta_t = \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}. \quad (3.6)$$

Пример 3.1. Рассчитать термический КПД обратимого цикла ГТУ, если на компрессор поступает атмосферный воздух с температурой $t_1=18^\circ\text{C}$ с давлением 1 бар, степень повышения давления в компрессоре $\nu=9$, температура продуктов сгорания на выходе из камеры сгорания $t_3=1000^\circ\text{C}$.

Текст SMath-документа

Задание исходных данных для расчёта

$$p_1 := 1,0$$

$$t_1 := 18 \quad T_1 := t_1 + 273,15 = 291,15$$

$$\nu := 9 \quad \text{Степень повышения давления в компрессоре}$$

$$t_3 := 1000 \quad T_3 := t_3 + 273,15 = 1273,15$$

$$\mu := 28,98 \quad \text{Молярная масса воздуха}$$

1. Расчёт с использованием модели идеального газа (с постоянными изобарными теплоёмкостями) [2, 15]

$$i := 5 \quad \text{Число степеней свободы для двухатомного газа}$$

Коэффициент Пуассона (показатель адиабаты) для воздуха

$$k := \frac{i+2}{i} = 1,4$$

Температура воздуха на выходе из компрессора, K

$$T_2 := T_1 \cdot \nu^{\frac{k-1}{k}} = 545,453$$

Температура продуктов сгорания на выходе из газовой турбины, K

$$T_4 := \frac{T_1}{\nu^{\frac{k-1}{k}}} = 679,577$$

Удельная массовая изобарная теплоёмкость для двухатомного газа, кДж/(кг·K)

$$R_u := 8,314$$

$$c_p := \frac{R_\mu}{2 \cdot \mu} \cdot (i + 2) = 1,00411$$

Техническая работа обратимого адиабатного процесса сжатия воздуха в компрессоре, кДж/кг

$$l_k := c_p \cdot (T_2 - T_1) = 255,347$$

Теплота, подводимая к рабочему телу в камере сгорания, кДж/кг

$$q_1 := c_p \cdot (T_3 - T_2) = 730,685$$

Техническая работа расширения продуктов сгорания (рабочего тела) в турбине, кДж/кг

$$l_{ГТ} := c_p \cdot (T_3 - T_4) = 596,01$$

Теплота, отводимая от рабочего тела в окружающую среду, кДж/кг

$$q_2 := c_p \cdot (T_4 - T_1) = 390,022$$

Работа обратимого цикла ГТУ, кДж/кг

$$l_t := l_{ГТ} - l_k = 340,663$$

$$q_1 - q_2 = 340,663 \quad \text{Проверка корректности расчёта}$$

Термический КПД обратимого цикла ГТУ

$$\eta_t := \frac{l_t}{q_1} = 0,466224$$

2. Расчёт с использованием библиотеки CoolProp Wrapper (для реального газа)

Параметры воздуха на входе в компрессор

$$h_1 := \text{CoolProp_Props}("H"; "P"; p_1 \text{ бар}; "T"; T_1 \text{ К}; "Air") = 417,396 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

$$s_1 := \text{CoolProp_Props}("S"; "P"; p_1 \text{ бар}; "T"; T_1 \text{ К}; "Air") = 3,86037 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{ кДж}$$

Параметры воздуха после компрессора

$$s_2 := s_1 = 3,86037 \quad \text{кДж/кг}$$

$$p_2 := v \cdot p_1 = 9 \quad \text{бар}$$

$$h_2 := \text{CoolProp_Props}("H"; "P"; p_2 \text{ бар}; "S"; s_2; "Air") = 672,696 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Параметры продуктов сгорания после камеры сгорания

$$p_3 := p_2 = 9 \quad \text{бар}$$

$$h_3 := \text{CoolProp_Props}(\text{"H";"P";}p_3 \text{ бар; "T"; } T_3 \text{ K; "Air"}) = 1491,11 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

$$s_3 := \text{CoolProp_Props}(\text{"S";"P";}p_3 \text{ бар; "T"; } T_3 \text{ K; "Air"}) = 4,80719 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{ кДж}$$

Параметры продуктов сгорания на выходе из газовой турбины

$$p_4 := p_1 = 1 \quad \text{бар}$$

$$s_4 := s_3 = 4,80719 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{ кДж}$$

$$h_4 := \text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; } p_4 \text{ бар; "S"; } s_4; \text{"Air"}) = 871,924 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Техническая работа обратимого адиабатного процесса сжатия воздуха в компрессоре

$$l_k := h_2 - h_1 = 255,3 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Теплота, подводимая к рабочему телу в камере сгорания

$$q_1 := h_3 - h_2 = 818,414 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Техническая работа расширения газов в турбине

$$l_{\Gamma T} := h_3 - h_4 = 619,186 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Теплота, отводимая от рабочего тела в окружающую среду

$$q_2 := h_4 - h_1 = 454,528 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Работа обратимого цикла ГТУ

$$l_t := l_{\Gamma T} - l_k = 363,886 \frac{1}{\text{кг}} \text{ кДж}$$

Термический КПД обратимого цикла ГТУ

$$\eta_t := \frac{\ell_t}{q_1} = 0,444623$$

Построение цикла в T,s-диаграмме

– *Функция адиабатного процесса 1-2 в компрессоре*

Для построения вертикальной линии приходится задавать незначительно отличающиеся значения ординаты

$$s_{1,2} := \left[\frac{s_1}{1000 \frac{\Gamma p}{\text{К}}} \frac{s_1}{1000 \frac{\Gamma p}{\text{К}}} + 0,0001 \right]^T$$

$$t_{1,2} := [T_1 - 273,15 \quad T_2 - 273,15]^T$$

$$fT_{1,2}(s) := \text{linterp}(s_{1,2}; t_{1,2}; s)$$

– Функция изобарного процесса 2-3 в камере сгорания

$$fT_{2,3}(s) := \frac{\text{Cool Prop}_\text{Props}("T", "P"; p_2 \text{ бар}; "S"; s \cdot 10^3; "Air") - 273,15 \text{ K}}{K}$$

– Функция адиабатного процесса 3-4 в газовой турбине

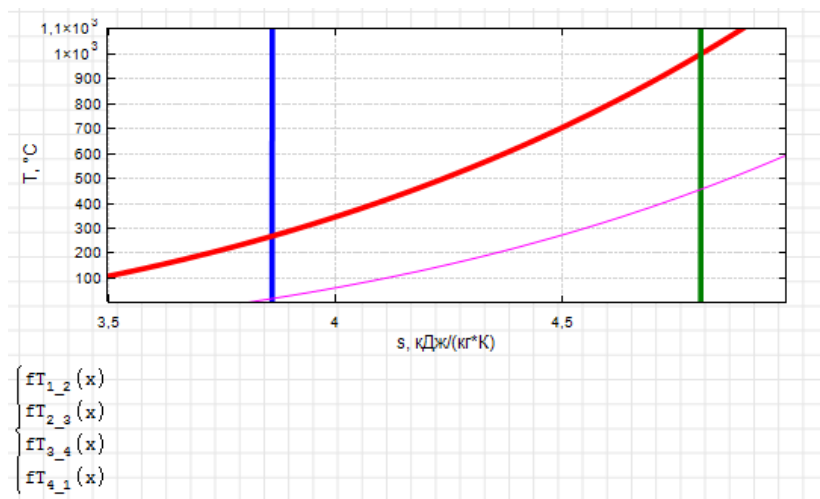
$$s_{3,4} := \left[\frac{s_3}{1000 \frac{\Gamma_p}{K}} \quad \frac{s_4}{1000 \frac{\Gamma_p}{K}} + 0,0001 \right]^T$$

$$t_{3,4} := [T_3 - 273,15 \quad T_4 - 273,15]^T$$

$$fT_{3,4}(s) := \text{linterp}(s_{3,4}; t_{3,4}; s)$$

– Функция изобарного процесса 4-1 в окружающей среде

$$fT_{4,1}(s) := \frac{\text{Cool Prop}_\text{Props}("T", "P"; p_1 \text{ бар}; "S"; s \cdot 10^3; "Air") - 273,15 \text{ K}}{K}$$



Пример 3.2. Определите оптимальную степень повышения давления в компрессоре в идеальном (обратимом) цикле ГТУ, если на компрессор поступает атмосферный воздух с температурой $t_1=0^\circ\text{C}$ и давлением $p_1=1$ бар, температура продуктов сгорания на выходе из камеры сгорания $t_3=900^\circ\text{C}$.

Решение

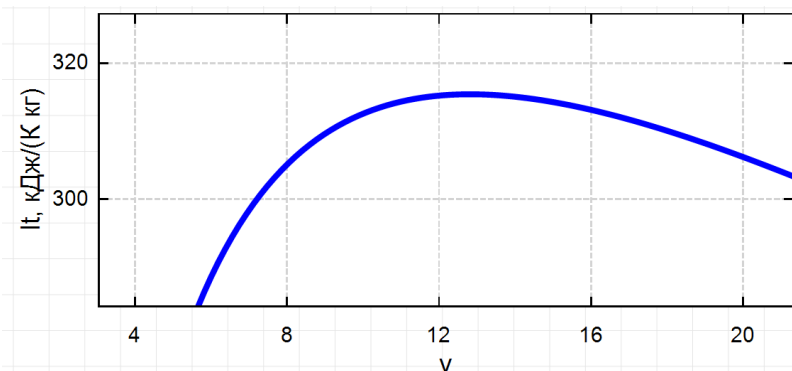
Оптимальную степень повышения давления на компрессоре можно определять по максимальной работе термодинамического цикла [14].

Текст SMath-документа

Определение функции по расчёту удельной работы цикла ГТУ в зависимости степени повышения давления в компрессоре

```
lt(v) :=
  "Задание исходных данных для расчёта"
  p1 := 1,0
  t1 := 0
  t3 := 900
  "Молярная масса воздуха, кг/кмоль"
  μ :=
  "Перевод температур из °C в размерность K"
  T1 := t1 + 273,15
  T3 := t3 + 273,15
  "Расчёт коэффициента Пуассона "
  i := 5
  κ :=  $\frac{i+2}{i}$ 
  "Расчёт температуры воздуха на выходе из компрессора"
  T2 := T1 · v $\frac{\kappa-1}{\kappa}$ 
  "Расчёт температуры уходящих газов"
  T4 :=  $\frac{T1}{\frac{\kappa-1}{v \cdot \kappa}}$ 
  "Расчёт изобарной теплоёмкости воздуха, кДж/(кг K)"
  cp :=  $\frac{8,314}{2 \cdot \mu} \cdot (i+2)$ 
  "Расчёт работы в компрессоре и газовой турбине, кДж/кг"
  lk := cp · (T2 – T1)
  lgt := cp · (T3 – T4)
  "Удельная работа обратимого цикла, кДж/кг"
  lgt – lk
```

Построение графика функции $l_t = f(v)$



$l_t(x)$

Определение максимума функции средствами SMath

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dv} l_t(v); v\right) = \begin{bmatrix} -12,8135 \\ 12,8135 \end{bmatrix}$$

Таким образом, при степени повышения давления в компрессоре равной 12,81, удельная работа цикла ГТУ при этом будет максимальна.

3.2. Расчёт тепловой экономичности цикла паротурбинной установки

Паротурбинная установка (ПТУ) – основа современной энергетики. Она используется как на ТЭС, так и на АЭС.

Схема ПТУ на перегретом водяном паре и сжатии рабочего тела в жидкой фазе представлена на рис. 3.3, а её термодинамический цикл в T,s-диаграмме показан на рис. 3.4, а в h,s-диаграмме – на рис. 3.5 [2, 12].

Идеальный цикл ПТУ включает совокупность двух адиабатных и двух изобарных процессов: 1-2 – адиабатное расширение пара в турбине; 2-3 – изобарный отвод теплоты от рабочего тела в конденсаторе турбины; 3-4 – адиабатное сжатие воды в насосе; 4-1 – изобарный подвод теплоты к рабочему телу в паровом котле.

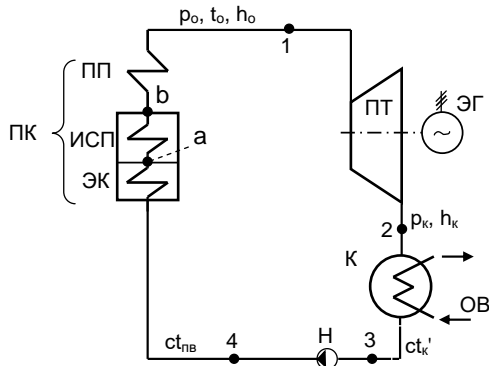


Рис. 3.3. Схема простой РТУ на перегретом паре:
 ПК – паровой котёл; ЭК – водяной экономайзер; ИСП – испарительные поверхности; ПП – пароперегреватель; ПТ – паровая турбина; К – конденсатор паровой турбины; Н – насос; ЭГ – электрогенератор; ОВ – охлаждающая вода

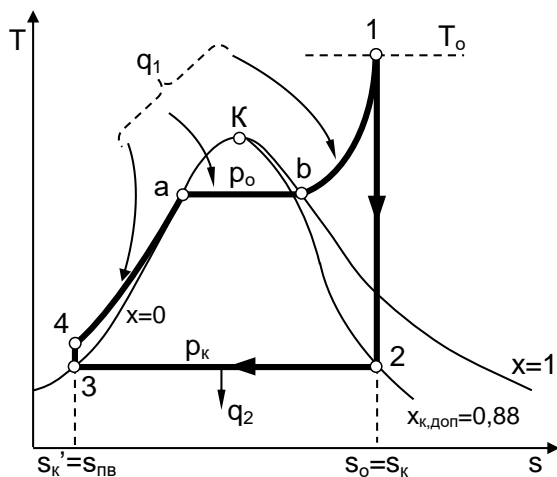


Рис. 3.4. T,s-диаграмма обратимого простого цикла РТУ

Питательная вода с давлением p_o и энтальпией $ct_{пв}$ поступает в паровой котёл. В нём организуется сжигание органического топлива (угля, мазута или природного газа). Выделяющаяся при этом теплота идёт на нагрев при постоянном

давлении питательной воды до температуры кипения в водяном экономайзере (ЭК), на образование сухого насыщенного пара в испарительных поверхностях (ИСП) и перегрев пара в пароперегревателе (ПП). Полученный в котле острый (первичный) пар с параметрами рабочего тела p_0 и t_0 поступает в паровую турбину, расширяется в ней адиабатно до давления в конденсаторе p_k и при этом совершает техническую работу, которая при помощи электрогенератора (ЭГ) преобразуется в электрическую энергию.

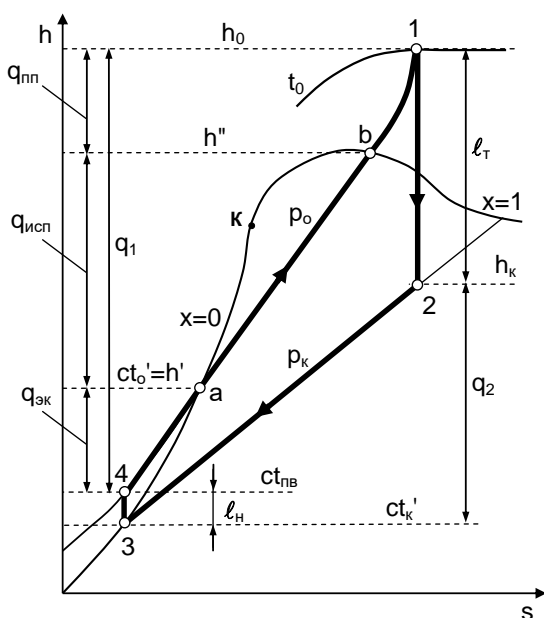


Рис. 3.5. h,s -диаграмма обратимого простого цикла ПТУ

Отработавший пар из турбины поступает в конденсатор, где при постоянном давлении p_k конденсируется за счёт передачи теплоты охлаждающей воде. Образующийся конденсат с энтальпией насыщения ct_k' поступает на насос. Питательная вода насосом подаётся в котёл. В насосе осуществляется адиабатный процесс повышения давления от p_k до p_0 , при этом процесс является практически изохорным вслед-

ствие несжимаемости капельной жидкости и сопровождается небольшим повышением температуры. На привод насоса затрачивается техническая работа, равная повышению энтальпии воды от ct'_k до $ct_{пв}$. После насоса питательная вода подаётся в паровой котёл.

Для расчёта цикла ПТУ первоначально определяются энтальпии рабочего тела в его характерных точках по двум известным параметрам.

Удельная техническая работа сжатия воды в обратимом адиабатном процессе насоса

$$\ell_n = ct_{пв} - ct'_k. \quad (3.7)$$

При давлении $p_0 \leq 100$ бар обратимый процесс насоса можно рассматривать как изохорный. В этом случае техническую работу сжатия можно определить:

$$\ell_n = v_k (p_0 - p_k) \approx 0,001 (p_0 - p_k).$$

Удельная теплота, подведённая к теплоносителю в паровом котле при изобарном процессе

$$q_1 = h_0 - ct_{пв}. \quad (3.8)$$

Удельная теплота, отведённая в конденсаторе от рабочего тела

$$q_2 = h_k - ct_k. \quad (3.9)$$

Удельная техническая работа, совершаемая паром в паровой турбине при адиабатном процессе его расширения

$$\ell_t = h_0 - h_k. \quad (3.10)$$

Удельная полезная работа идеального цикла ПТУ равняется разности работ турбины и насоса

$$\ell_t = \ell_t - \ell_n = q_1 - q_2. \quad (3.11)$$

Термический КПД обратимого цикла ПТУ определяется выражением:

$$\eta_t = \frac{\ell_t}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}. \quad (3.12)$$

Действительный (необратимый) цикл ПТУ в h,s -

диаграмме показан на рис. 3.6. Необратимость этого цикла характеризуется наличием трения в адиабатных процессах расширения пара в турбине и сжатия воды в насосе.

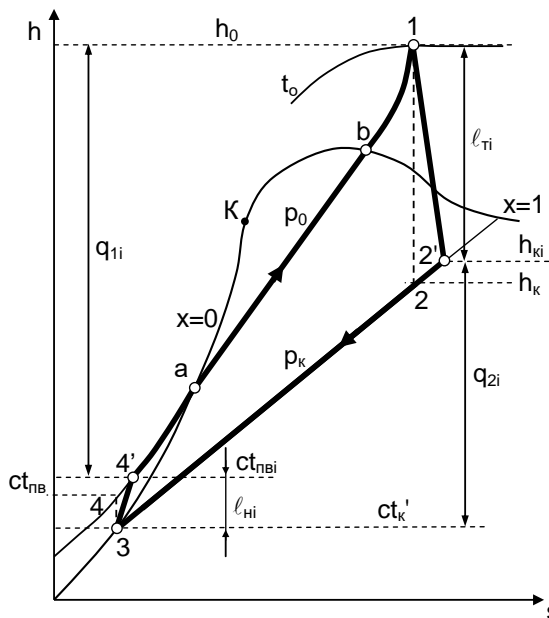


Рис. 3.6. h,s -диаграмма необратимого простого цикла ПТУ [2, 12]

Давление за насосом всегда выше давления пара перед турбиной за счёт потерь на трение в трубопроводах и в котле. Однако термодинамический процесс подвода тепла в котле моделируется как изобарный, так как перепад давления в котле незначителен по сравнению с абсолютными значениями давлений в цикле.

Параметры в конце необратимых адиабатных процессов:

$$h_{ki} = h_0 - \eta_{oi}(h_0 - h_k);$$

$$ct_{пвi} = ct_k' + \frac{\ell_n}{\eta_n},$$

где η_{oi} – внутренний относительный КПД паровой турбины;
 η_n – адиабатный коэффициент насоса.

Удельная теплота и работа в необратимом цикле ПТУ определяются по формулам:

$$q_{1i} = h_0 - ct_{пви};$$

$$q_{2i} = h_{ки} - ct_{к'};$$

$$\ell_{Ti} = h_0 - h_{ки} = \eta_{0i}(h_0 - h_{к});$$

$$\ell_{Hi} = ct_{пви} - ct_{к'} = \frac{\ell_H}{\eta_H},$$

$$\ell_i = \ell_{Ti} - \ell_{Hi} = q_{1i} - q_{2i}.$$

Термический КПД необратимого цикла ПТУ

$$\eta_t = \frac{\ell_i}{q_{1i}}.$$

Пример 3.3. Рассчитать термический КПД, внутренний абсолютный КПД, удельный расход пара и теплоты простого цикла ПТУ, имеющего параметры острого пара: $p_0=140$ бар, $t_0=540$ °С, давление в конденсаторе $p_k=0,05$ бар. Внутренний относительный КПД турбины $\eta_{0i}=0,9$, адиабатный коэффициент насоса $\eta_n=0,8$.

Текст SMath-документа

Задание исходных данных для расчёта

$$p_0 := 140 \text{ бар}$$

$$t_0 := 540 \text{ °C}$$

$$p_k := 0,05 \text{ бар}$$

$$\eta_{0i} := 0,9$$

$$\eta_n := 0,8$$

I. Определение параметров на основе справочных данных [9]

$$h_0 := 3434,2 \quad \text{Энтальпия пара перед турбиной, кДж/кг}$$

$$s_0 := 6,5320 \quad \text{Энтропия пара перед турбиной, кДж/(кг К)}$$

I.1. Расчёт обратимого цикла

Параметры пара на выходе из паровой турбины при давлении p_k

$$s_k := s_0 = 6,5320$$

$$s' := 0,4763$$

$$s'' := 8,3939$$

$$x := \frac{s_k - s'}{s'' - s'} = 0,76484 \quad \text{степень сухости отработавшего пара}$$

$$h' := 137,77$$

$$h'' := 2560,8$$

$$h_k := h' + x(h'' - h') = 1991$$

Энтальпия турбинного конденсата на выходе из конденсатора

$$ct_k := h' = 137,77$$

а) расчёт работы насоса, через разность энтальпий адиабатного процесса

$$s_3 := s' = 0,4763$$

Удельная энтальпия питательной воды, кДж/кг

$$ct_{пв} := 138,4 + \frac{179,9 - 138,4}{0,5670 - 0,4325} (s_3 - 0,4325) = 151,914$$

Удельная техническая работа сжатия воды в насосе, кДж/кг

$$l_n := ct_{пв} - ct_k = 14,144$$

б) Удельная техническая работа сжатия воды в насосе через изохорный процесс, кДж/кг

$$v' := 0,0010053$$

$$l_n := v' \cdot (p_0 - p_k) = 14,069$$

Удельная теплота, подведённая в цикле ПТУ к рабочему телу, кДж/кг

$$q_1 := h_0 - ct_{пв} = 3282,29$$

Удельная теплота, отведённая в цикле ПТУ от рабочего тела, кДж/кг

$$q_2 := h_k - ct_k = 1853,22$$

Удельная техническая работа паровой турбины, кДж/кг

$$l_T := h_0 - h_k = 1443,2$$

Удельная работа идеального цикла ПТУ, кДж/кг

$$l_t := l_T - l_n = 1429,13$$

Удельная работа идеального цикла ПТУ (для проверки корректности расчёта), кДж/кг

$$q_1 - q_2 = 1429,07$$

Термический КПД обратимого цикла ПТУ

$$\eta_t := \frac{l_t}{q_l} = 0,435388$$

1.2. Расчёт простого необратимого цикла ПТУ

Энтальпия в конце необратимого адиабатного процесса на выходе из турбины, кДж/кг

$$h_{ki} = h_0 - \eta_{oi} \cdot (h_0 - h_k) = 2135,32$$

Энтальпия питательной воды на выходе из насоса, кДж/кг

$$ct_{пви} = ct_k + \frac{l_H}{\eta_H} = 155,45$$

Удельная теплота, подведённая в цикле ПТУ, кДж/кг

$$q_{li} = h_0 - ct_{пви} = 3278,75$$

Удельная теплота, отведённая в цикле ПТУ, кДж/кг

$$q_{2i} = h_{ki} - ct_k = 1997,45$$

Удельная техническая работа турбины, кДж/кг

$$l_{ti} = h_0 - h_{ki} = 1298,98$$

Удельная техническая работа насоса, кДж/кг

$$l_{ni} := \frac{l_H}{\eta_H} = 17,68$$

Удельная работа необратимого цикла ПТУ, кДж/кг

$$l_i = l_{ti} - l_{ni} = 1281,12$$

Внутренний абсолютный КПД необратимого цикла ПТУ

$$\eta_i := \frac{l_i}{q_{li}} = 0,390734$$

II. Расчёт с использованием библиотеки CoolProp

II.1. Расчёт обратимого цикла

$$h_0 := \text{CoolProp_Props}("H"; "P"; p_0; "T"; t_0; "IF97::H2O") = 3434,2 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

$$s_0 := \text{CoolProp_Props}("S"; "P"; p_0; "T"; t_0; "IF97::H2O") = 6,53203 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

Параметры пара на выходе из паровой турбины

$$s_k := s_0 = 6,53203 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

$$h_k := \text{CoolProp_Props}("H"; "P"; p_k; "S"; s_k; "IF97::H2O") = 1990,98 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Параметры турбинного конденсата на выходе из конденсатора

$$ct_k := \text{CoolProp_Props}("H"; "P"; p_k; "Q"; 0; "IF97::H2O") = 137,765 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

$$s_k := \text{CoolProp_Props}("S"; "P"; p_k; "Q"; 0; "IF97::H2O") = 0,476254 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

Параметры питательной воды на напоре насоса

$$s_{пв} := s_k = 0,476254 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

$$ct_{пв} := \text{CoolProp_Props}("H"; "P"; p_0; "S"; s_{пв}; "IF97::H2O") = 151,779 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная техническая работа паровой турбины

$$l_T := h_0 - h_k = 1443,22 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная техническая работа насоса

$$l_H := ct_{пв} - ct_k = 14,0141 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная техническая работа идеального цикла ПТУ

$$l_t := l_T - l_H = 1429,21 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная теплота, подводимая в котле к рабочему телу

$$q_1 := h_0 - ct_{пв} = 3282,42 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная теплота, отводимая от рабочего тела

$$q_2 := h_k - ct_k = 1853,22 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Термический КПД обратимого цикла ПТУ

$$\eta_t := \frac{l_t}{q_1} = 0,435412$$

Построение T,s-диаграммы

– Функция изобарного процесса 4-1 в паровом котле

$$f_{T_{4-1}}(s) := \frac{\text{CoolProp_Props}("T"; "P"; p_0; "S"; s \cdot 10^3; "H2O") - 273,15 \text{ К}}{\text{К}}$$

– Функция адиабатного процесса 1-2 в паровой турбине

$$s_{1,2} := \left[\frac{s_0}{1000 \frac{\Gamma p}{K}} \quad \frac{s_K}{1000 \frac{\Gamma p}{K}} + 0,0001 \right]^T$$

$$t_K := \frac{\text{Cool Prop}_- \text{Props}("T", "P"; p_K; "S"; s_K; "H2O") - 273,15 \text{ K}}{K} = 32,8755$$

$$t_{1,2} := \left[\frac{t_0}{K} \quad t_K \right]^T$$

$$fT_{1,2}(s) := \text{linterp}(s_{1,2}; t_{1,2}; s)$$

– Функция изобарного процесса 2-3 в конденсаторе

$$fT_{2,3}(s) := \frac{\text{Cool Prop}_- \text{Props}("T", "P"; p_K; "S"; s \cdot 10^3; "H2O") - 273,15 \text{ K}}{K}$$

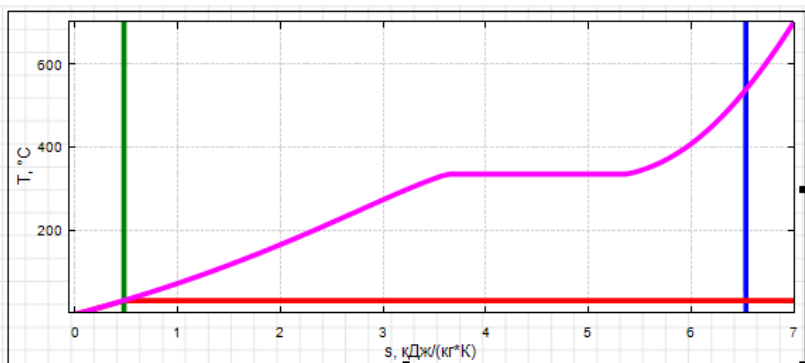
– Функция адиабатного процесса 3-4 в насосе

$$s_{1,2} := \left[\frac{s_{\text{нб}}}{1000 \frac{\Gamma p}{K}} \quad \frac{s_K}{1000 \frac{\Gamma p}{K}} + 0,0001 \right]^T$$

$$t_{\text{нб}} := \frac{\text{Cool Prop}_- \text{Props}("T", "P"; p_0; "S"; s_K; "H2O") - 273,15 \text{ K}}{K} = 33,223$$

$$t_{3,4} := \left[\frac{t_0}{K} \quad t_{\text{нб}} \right]^T$$

$$fT_{3,4}(s) := \text{linterp}(s_{3,4}; t_{3,4}; s)$$



$$\begin{pmatrix} fT_{1,2}(x) \\ fT_{2,3}(x) \\ fT_{3,4}(x) \\ fT_{4,1}(x) \end{pmatrix}$$

Построение h,s -диаграммы

– Функция изобарного процесса 4-1 в паровом котле

$$fH_{4_1}(s) := \frac{\text{Cool Prop_ Props}("H", "P"; p_0; "S"; s \cdot 10^3; "H_2O")}{\Gamma p \cdot 1000}$$

– Функция адиабатного процесса 1-2 в паровой турбине

$$h_{1_2} := \left[\frac{h_0}{1000 \Gamma p} \quad \frac{h_k}{1000 \Gamma p} + 0,0001 \right]^T$$

$$fH_{1_2}(s) := \text{linterp}(s_{1_2}; h_{1_2}; s)$$

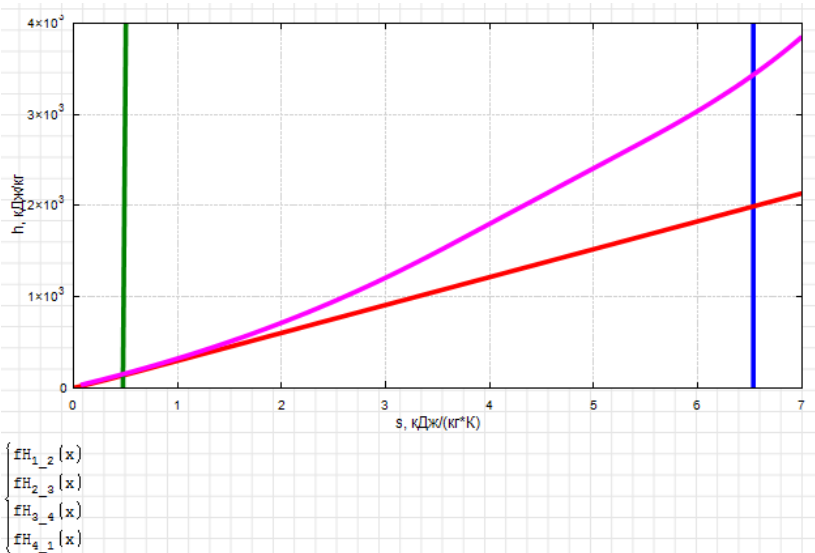
– Функция изобарного процесса 2-3 в конденсаторе

$$fH_{2_3}(s) := \frac{\text{Cool Prop_ Props}("H", "P"; p_k; "S"; s \cdot 10^3; "H_2O")}{\Gamma p \cdot 1000}$$

– Функция адиабатного процесса 3-4 в насосе

$$h_{3_4} := \left[\frac{ct_k}{1000 \Gamma p} \quad \frac{ct_{пв}}{1000 \Gamma p} + 0,0001 \right]^T$$

$$fH_{3_4}(s) := \text{linterp}(s_{3_4}; h_{3_4}; s)$$



II.2. Расчёт простого необратимого цикла ПТУ

Энтальпия в конце необратимых адиабатных процессов

$$h_{ki} = h_0 - \eta_{oi} \cdot (h_0 - h_k) = 2135,3 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

$$ct_{пви} = ct_k + \frac{l_H}{\eta_H} = 155,283 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}.$$

Удельная теплота и работа в цикле ПТУ

$$q_{1i} = h_0 - ct_{пви} = 3278,92 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

$$q_{2i} = h_{ki} - ct_k = 1997,54 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

$$l_{Ti} = h_0 - h_{ki} = 1298,9 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

$$l_{Hi} := \frac{l_H}{\eta_H} = 17,5176 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

$$l_i = l_{Ti} - l_{Hi} = 1281,38 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Термический КПД необратимого цикла ПТУ

$$\eta_i := \frac{l_i}{q_{1i}} = 0,3908$$

III. Расчёт обратимого цикла с использованием библиотеки WaterSteamPro

Параметры острого пара на входе в паровую турбину

$$h_0 := \text{wspHSP}(p_0; t_0) = 3434,2014 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

$$s_0 := \text{wspSPT}(p_0; t_0) = 6,53203 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

Параметры отработавшего пара на выходе из паровой турбины

$$s_k := s_0 = 6,53203 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

$$h_k := \text{wspHPS}(p_k; s_k) = 1990,982 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Параметры турбинного конденсата на выходе из конденсатора

$$ct_k := \text{wspHSWT}(\text{wspTSP}(p_k)) = 137,7651 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

$$s_{\text{к}} := \text{wspSSWT}(\text{wspTSP}(p_{\text{к}})) = 0,4763 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

Параметры питательной воды на напоре насоса

$$s_{\text{пв}} := s_{\text{к}} = 0,476254 \frac{1}{\text{К} \cdot \text{кг}} \text{кДж}$$

$$ct_{\text{пв}} := \text{wspHPS}(p_0; s_{\text{пв}}) = 151,792 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная техническая работа паровой турбины

$$l_{\text{т}} := h_0 - h_{\text{к}} = 1443,22 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная техническая работа насоса

$$l_{\text{н}} := ct_{\text{пв}} - ct_{\text{к}} = 14,0271 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная техническая работа идеального цикла ПТУ

$$l_{\text{т}} := l_{\text{т}} - l_{\text{н}} = 1429,21 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная теплота, подводимая в котле к рабочему телу

$$q_1 := h_0 - ct_{\text{пв}} = 3282,41 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Удельная теплота, отводимая от рабочего тела

$$q_2 := h_{\text{к}} - ct_{\text{к}} = 1853,22 \frac{1}{\text{кг}} \text{кДж}$$

Термический КПД обратимого цикла ПТУ

$$\eta_{\text{т}} := \frac{l_{\text{т}}}{q_1} = 0,43541$$

3.3. Расчёт тепловой экономичности цикла парогазовой установки

Использование паровых и газовых турбин в рамках единого парогазового цикла позволяет эффективно компенсировать недостатки как паротурбинных, так и газотурбинных установок, сохраняя их преимущества. КПД парогазовой установки (ПГУ) значительно превышает КПД отдельных паровых и газовых циклов. Существует множество схем ПГУ. Схема простейшего цикла ПГУ с котлом-утилизатором (ПГУ с

КУ) представлена на рис. 3.7, а в T,s -диаграмме обратимого цикла – на рис. 3.8.

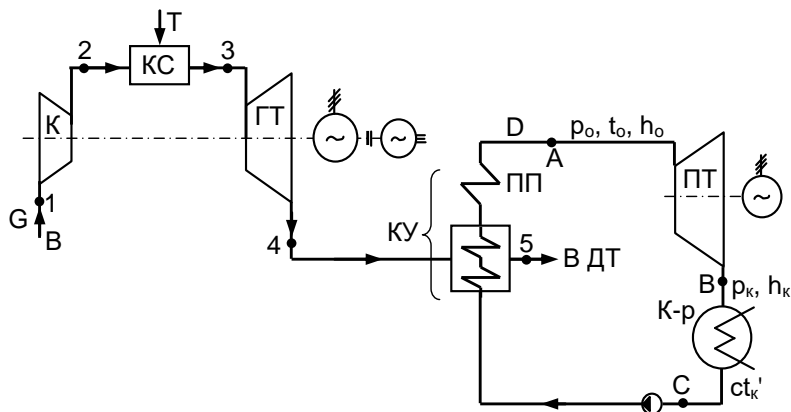


Рис. 3.7. Схема парогазовой установки с котлом-утилизатором: В – воздух; К – компрессор; КС – камера сгорания; ГТ – газовая турбина; КУ – котел-утилизатор; ПТ – паровая турбина; ДТ – дымовая труба; К-р – конденсатор; G – расход воздуха; D – расход пара

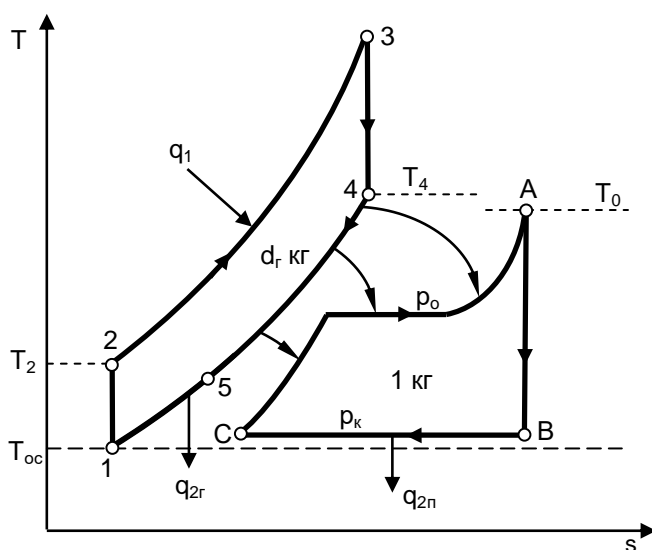


Рис. 3.8. Обратимый цикл ПГУ с КУ в T,s -диаграмме

Горячие газы, образующиеся в процессе работы газовой турбины ГТУ, направляются в котел-утилизатор паротурбинной установки, где происходит их изобарное охлаждение. Теплота газов передаётся питательной воде, которая затем превращается в пар, перегревается и используется в паровой турбине. В котле-утилизаторе не происходит сжигания топлива, так как оно сжигается исключительно в камере сгорания перед газовой турбиной.

Соотношение расходов газов, выходящих из ГТУ (G), и водяного пара в ПТУ (D) в данной схеме находится в строгом соответствии, определяемом тепловым балансом котла-утилизатора (расход газового рабочего тела принимается равным расходу воздуха подаваемого на сжигание) – количество теплоты отдаваемой от продуктов сжигания, равно количеству теплоты воспринимаемое водным теплоносителем:

$$G \cdot c_p \cdot (T_4 - T_5) = D \cdot (h_0 - ct'_k). \quad (3.13)$$

В выражении (3.13) повышение энтальпии в насосе ПТУ не учитывается.

Расчёт схем ПГУ осуществляется в удельных величинах. Для этого вводится удельный расход газов ГТУ на 1 кг водяного пара ПТУ:

$$d_r = \frac{G}{D} = \frac{h_0 - ct'_k}{c_p(T_4 - T_5)}. \quad (3.14)$$

В соответствии с величиной d_r , т.е. для 1 кг водяного рабочего тела и d_r кг газового рабочего тела, строится цикл ПГУ в T,s -диаграмме и выполняется его расчёт в удельных величинах.

Удельная теплота, подведённая к рабочему телу, в ПГУ с КУ соответствует процессу 2-3 и рассчитывается как

$$q_1 = d_r \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2). \quad (3.15)$$

Удельная теплота, отведённая от рабочих тел, в данном цикле соответствует процессам: 5-1 (для газа) и В-С (для водяного пара). Она рассчитывается как сумма

$$q_2 = q_{2r} + q_{2п} = d_r \cdot c_p \cdot (T_5 - T_1) + (h_k - ct'_k), \quad (3.16)$$

где $q_{2г}$ и $q_{2п}$ – удельные потери теплоты в газовом и паровом контурах соответственно.

Удельная работа газового цикла

$$\ell_g = d_g (\ell_{гт} - \ell_k) = d_g [c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1)], \quad (3.17)$$

где $\ell_{гт}$ и ℓ_k – удельные работы газовой турбины и компрессора.

Удельная работа парового цикла (без учёта работы насоса)

$$\ell_п = h_0 - h_k. \quad (3.18)$$

Удельная работа цикла ПГУ определяется как сумма работ ГТУ и ПТУ

$$\ell_{пгу} = \ell_g + \ell_п = d_g c_p [(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)] + (h_0 - h_k). \quad (3.19)$$

Внутренний абсолютный КПД ПГУ с КУ определяется обычным образом:

$$\eta_{пгу} = \frac{\ell_{пгу}}{q_1}. \quad (3.20)$$

Пример 3.4. Определить удельные подведённую и отведённую теплоту, работу и термический КПД обратимого идеального цикла парогазовой установки с котлом-утилизатором, имеющий следующие параметры рабочих тел:

для контура ПТУ: $p_0=25$ бар, $t_0=450$ °С, $p_k=0,05$ бар;

для контура ГТУ: $p_1=1$ бар, $t_1=25$ °С, $v=p_2/p_1=9$, $t_3=1000$ °С, температура газов на выходе из котла-утилизатора $t_5=150$ °С.

Свойства рабочего тела в цикле ГТУ принять соответствующими идеальному двухатомному воздуху с $c_p=\text{const}$ и $\mu=28,96$ кг/кмоль.

Текст SMath-документа

Задание исходных данных для расчёта в размерном виде

$p_0 := 25$ бар *давление водяного пара перед турбиной*

$t_0 := 450$ °С *температура водяного пара перед турбиной*

$p_k := 0,05$ бар *давление пара в конденсаторе*

$p_1 := 1$ бар *давление воздуха перед компрессором*

$t_1 := 25$ °С *температура воздуха перед компрессором*

$$\begin{aligned} \nu &:= 9 && \text{степень сжатия воздуха в компрессоре} \\ t_3 &:= 1000 \text{ }^\circ\text{C} && \text{температура газов перед газовой турбиной} \\ t_5 &:= 150 \text{ }^\circ\text{C} && \text{температура газов после котла-утилизатора} \\ \mu &:= 28,96 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}} && \text{молярная масса воздуха} \\ R_\mu &:= 8,314 \frac{\text{кДж}}{\text{К} \cdot \text{кмоль}} && \text{универсальная газовая постоянная} \end{aligned}$$

I. Расчёт параметров цикла ПТУ с использованием библиотеки CoolProp

Параметры пара на входе в паровую турбину

$$\begin{aligned} h_0 &:= \text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; } p_0; \text{"T"; } t_0; \text{"IF97::H2O"}) = 3351,39 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \\ s_0 &:= \text{CoolProp_Props}(\text{"S"; "P"; } p_0; \text{"T"; } t_0; \text{"IF97::H2O"}) = 7,176 \frac{\text{кДж}}{\text{К} \cdot \text{кг}} \end{aligned}$$

Параметры пара на выходе из паровой турбины

$$\begin{aligned} s_k &:= s_0 = 7,176 \frac{\text{кДж}}{\text{К} \cdot \text{кг}} \\ h_k &:= \text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; } p_k; \text{"S"; } s_k; \text{"IF97::H2O"}) = 2188,19 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \end{aligned}$$

Параметры воды на выходе из конденсатора

$$\begin{aligned} ct_k &:= \text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; } p_k; \text{"Q"; } 0; \text{"IF97::H2O"}) = 137,77 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \\ s_{_k} &:= \text{CoolProp_Props}(\text{"S"; "P"; } p_k; \text{"Q"; } 0; \text{"IF97::H2O"}) = 0,48 \frac{\text{кДж}}{\text{К} \cdot \text{кг}} \end{aligned}$$

Параметры питательной воды на напоре насоса

$$\begin{aligned} s_{пв} &:= s_{_k} = 0,48 \frac{\text{кДж}}{\text{К} \cdot \text{кг}} \\ ct_{пв} &:= \text{CoolProp_Props}(\text{"H"; "P"; } p_0; \text{"S"; } s_{пв}; \text{"IF97::H2O"}) = 140,26 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \end{aligned}$$

II. Расчёт параметров цикла ГТУ, с использованием модели идеального газа

Число степеней свободы идеального двухатомного воздуха

$$i := 5$$

Коэффициент Пуассона идеального двухатомного воздуха

$$\kappa := \frac{i+2}{i} = 1,4$$

Удельная массовая изобарная теплоёмкость идеального воздуха

$$c_p := \frac{R_u}{2 \cdot \mu} \cdot (i+2) = 1,005 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Температура воздуха на входе в компрессор (перевод в К)

$$T_1 := t_1 = 298,15 \text{ К}$$

Температура воздуха на выходе из компрессора

$$T_2 := T_1 \cdot v^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 558,57 \text{ К}$$

Температура газов перед газовой турбиной (перевод в К)

$$T_3 := t_3 = 1273,15 \text{ К}$$

Температура газов на выходе из газовой турбины

$$T_4 := \frac{T_3}{v^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 679,58 \text{ К}$$

III. Расчёт параметров цикла ПГУ

Температура газов после котла-утилизатора (перевод в К)

$$T_5 := t_5 = 423,15 \text{ К}$$

Удельный расход газов ГТУ на 1 кг водяного пара ПТУ

$$d_r := \frac{h_0 - ct_{нв}}{c_p \cdot (T_4 - T_5)} = 12,46$$

Удельная теплота, подводимая в цикле ПГУ

$$q_1 := d_r \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2) = 8948,41 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Удельная теплота, отводимая в цикле ПГУ

$$q_2 := d_r \cdot c_p \cdot (T_5 - T_1) + (h_k - ct_k) = 3615,75 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Удельная работа сжатия воздуха в компрессоре

$$l_k := d_r \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = 3261,09 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Удельная работа расширения газа в газовой турбине

$$l_{гт} := d_r \cdot c_p \cdot (T_3 - T_4) = 7433,05 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Удельная работа цикла ГТУ

$$l_r := l_{гт} - l_k = 4171,96 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Удельная техническая работа паровой турбины

$$l_{п} := h_0 - h_k = 1163,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Удельная техническая работа насоса

$$l_n := ct_{пв} - ct_k = 2,5 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Удельная техническая работа цикла ПТУ

$$l_{п} := l_r - l_n = 1160,7 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Удельная техническая работа цикла ПГУ

$$l_t := l_r + l_{п} = 5332,66 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Удельная техническая работа цикла ПГУ по балансу теплоты

$$q_1 - q_2 = 5332,66 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$$

Термический КПД обратимого цикла ПГУ с котлом-утилизатором

$$\eta_{пгу} = \frac{l_t}{q_1} = 0,596$$

Контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения

1. Из каких элементов состоит ГТУ, ПТУ и ПГУ?
2. Какие процессы происходят в ГТУ, ПТУ, ПГУ и в каких аппаратах реализуются эти процессы?

3. Определить термический и внутренний абсолютный КПД простого разомкнутого цикла ГТУ с подводом теплоты при $p = \text{const}$, для которого заданы давление и температура воздуха перед компрессором $p_1 = 1$ бар, $t_1 = 20$ °С, температура газов на выходе из камеры сгорания $t_3 = 1000$ °С, степень повышения давления воздуха в компрессоре $\nu = 9$, коэффициент адиабатного сжатия в компрессоре $\eta_k = 0,85$ и внутренний относительный КПД газовой турбины $\eta_{гт} = 0,9$. Рабочее тело обладает свойствами идеального воздуха с постоянными изобарными и изохорными теплоёмкостями.

4. Для простого идеального цикла ПТУ, имеющего параметры: $p_0 = 60$ бар, $t_0 = 500$ °С, $p_k = 0,04$ бар и расход пара на турбину $D = 300$ т/ч, определить:

- удельные технические работы насоса и турбины ℓ_n и ℓ_t ;
- удельную подведённую и отведённую теплоту цикла q_1 и q_2 ;
- степень сухости пара на выходе из турбины;
- мощности насоса, турбины и цикла;
- термический КПД цикла с учётом и без учёта работы насоса;
- удельные расходы пара и теплоты (на кВт·ч).

5. Для простого цикла ПТУ, имеющего параметры: $p_0 = 100$ бар, $t_0 = 530$ °С, $p_k = 0,06$ бар и КПД $\eta_{oi} = 0,88$, $\eta_m = \eta_{гт} = 0,98$, адиабатный коэффициент насоса $\eta_n = 0,85$ и электрическую мощность генератора $W_э = 100$ МВт, определить:

- удельные технические работы насоса и турбины ℓ_{ni} и ℓ_{ti} ;
- удельную подведённую и отведённую теплоту цикла q_{1i} и q_{2i} ;
- степень сухости и удельный объём пара на выходе из турбины;
- расход пара на турбину;
- внутренний абсолютный КПД цикла и электрический КПД ПТУ;
- удельные расходы пара и теплоты (на кВт·ч электрической работы).

6. Цикл парогазовой установки с котлом-утилизатором имеет параметры:

- для парового контура $p_0 = 60$ бар, $t_0 = 400$ °С, $p_k = 0,04$ бар;

- для газового контура $p_1=1$ бар, $t_1=20$ °С, $v=p_2/p_1=10$, $t_3=1100$ °С, температура газов на выходе из котла-утилизатора $t_5=140$ °С.

Необратимость процессов ГТУ характеризуют адиабатный коэффициент компрессора $\eta_k=0,85$ и внутренний относительный КПД газовой турбины $\eta_{гт}=0,9$, а необратимость процесса расширения пара в ПТУ внутренний относительный КПД паровой турбины $\eta_{oi}=0,88$. Определить удельный расход газа на кг пара в ПГУ d_r , удельные подведённую q_1 и отведённую q_2 теплоту, работу ℓ_t цикла, термические КПД автономно работающих ГТУ и ПТУ и ПГУ в целом.

Свойства рабочего тела ГТУ принять соответствующими двухатомному идеальному воздуху.

Заключение

Компьютерная программа SMath Studio – это мощный, но простой в освоении инструмент, который значительно упрощает выполнение инженерных расчётов. Освоив его, можно эффективно решать как учебные, так и реальные производственные задачи.

В учебном пособии представлено общее описание математической программы SMath Studio, а также примеры его применения при решении задач в технической термодинамике. Эта компьютерная программа обладает удобством использования и значительными вычислительными возможностями по реализации алгебраических расчётов.

Возможности программы SMath Studio позволяют применять её в качестве инструмента для несложных научных и практических вычислений. При этом лицензионная политика разработчика предполагает её свободное персональное использование, что делает её незаменимой при обучении студентов ВУЗов и позволяет частично или полностью отказаться от применения дорогостоящих зарубежных аналогов.

При проведении термодинамических расчётов приходится использовать множество справочных данных. Описано применение библиотек CoolProp Wrapper и WaterSteamPro, которые позволяют значительно упростить их нахождение.

Использование программы SMath в термодинамических расчётах позволяет повысить точность вычислений – исключить ошибки, связанные с ручными расчётами и интерполяцией табличных данных. Кроме того, ускоряется анализ сложных термодинамических процессов и циклов, исследование влияющих параметров. Также улучшается визуализация получаемых результатов, имеется возможность для построения графиков зависимостей (p,v -, T,s -, h,s -диаграмм) для наглядного представления процессов.

Приведён библиографический список литературы, что должно способствовать более глубокому изучению рассмотренных вопросов. В изданиях [6, 13, 15] представлены разнообразные примеры применения программы SMath Studio при проведении теплофизических расчётов.

Библиографический список

1. **Чухин, И.М.** Техническая термодинамика. Часть 1: учеб. пособие / И.М. Чухин; ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина». –Иваново, 2006. –224 с.
2. **Чухин, И.М.** Техническая термодинамика. Часть 2: учеб. пособие / И.М. Чухин; ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина». –Иваново, 2008. –228 с.
3. **Бушуев, Е.Н.** Разработка и компьютерная реализация методик расчёта систем водообработки на ТЭС и АЭС : учеб. пособие / Е.Н. Бушуев, Н.В. Бушуева; Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина. –Иваново, 2021. –148 с.
4. **Бушуев, Е.Н.** Разработка и компьютерная реализация методик расчёта систем водообработки на ТЭС и АЭС : лабор. практикум / Е.Н. Бушуев, Н.В. Бушуева; Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина, – Иваново, 2024. –108 с.
5. **Ушакова, Н.Ю.** Расчет электрических цепей в SMath Studio: практикум / Н.Ю. Ушакова, Л.В. Быковская; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2024. – 110 с.
6. **Установки** для трансформации тепла и охлаждения: расчеты на SMath : учеб. пособие для вузов / Н.Л. Бударин, А.В. Мартынов, В.Ф. Очков [и др.]. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2025. – 184 с.
7. **Чухин, И.М.** Сборник задач по технической термодинамике: учеб. пособие. –Изд. 2-е, перераб. и доп. / ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина». – Иваново, 2018. –248 с.
8. **Ракутина, Д.В.** Построение фазовых диаграмм воды и водяного пара: методические указания по курсу «Техническая термодинамика» / Д.В. Ракутина, А.В. Пекунова. –Иваново, 2021. – 32 с.

9. **Александров, А.А.** Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара: справочник / А.А. Александров, Б.А. Григорьев. –М.: Издательство МЭИ, 2003. –168 с.

10. **ГСССД Р-776-98.** Александров А.А., Григорьев Б.А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. – М.: – Изд. МЭИ, 2006. – 168 с.

11. **Бушуев, Е.Н.** Математическое моделирование химико-технологических процессов на ТЭС: лабор. практикум / Е.Н. Бушуев; ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина». –Иваново:, 2016. –96 с.

12. **Александров, А.А.** Техническая термодинамика / А.А. Александров, В.С. Охотин, К.А. Орлов. – М.: Издательство МЭИ. –457 с.

13. **Теплотехнические** расчёта на компьютере: учеб. пособие / А.А. Александров, Аунг Ту Ра Тун, А.Б. Гаряев и др. –М.: Издательство МЭИ, 2019. –448 с.

14. **Чухин, И.И.** Анализ тепловой экономичности циклов ГТУ. Методические указания для выполнения лабораторной работы на ЭВМ по курсу «Техническая термодинамика» / И.М. Чухин, Д.В. Ракутина. –Иваново, 2023. –48 с.

15. **Очков, В.Ф.** Техническая термодинамика: расчеты на SMath : учеб. пособие для вузов / В.Ф. Очков, И.Г. Ахметова, Н.В. Егорова, Ю.В. Шацких. – Санкт-Петербург: Лань, 2025. –252 с.

16. **Бушуев, Е.Н.** Расчет температурной зависимости ионного произведения, удельной электропроводности воды и предельно разбавленных растворов электролитов / Е.Н. Бушуев // Вестник ИГЭУ / Ивановский государственный энергетический университет. –Иваново: –2007. –Вып. 2.–С. 49-52.

17. **Бушуев, Е.Н.** Основы математического моделирования химико-технологических процессов водообработки на ТЭС: учебное пособие / Е.Н. Бушуев ; ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина». –Иваново:, 2018. –168 с.

18. **Коновалов, В.И.** Техническая термодинамика: учеб. / ГОУ ВПО Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина». 2-е изд. –Иваново:, 2005. –620 с.

Приложение

Установка компьютерной программы SMath Studio

Математическая программа SMath свободно скачивается с официального сайта разработчика – www.smath.com и может быть установлена на компьютер, работающий не только под Microsoft Windows, но и свободно распространяемой операционной системой Linux.

Перед установкой программы SMath Studio необходимо убедиться, что на устройстве установлена актуальная версия Microsoft.NET Framework (при использовании Windows) или Mono Framework (при использовании Linux).

Для установки программы SMath Studio необходимо выполнить следующие действия:

1. Загрузить программу установщик с сайта: <https://ru.smath.com>

2. Запустить программу-установщик. При необходимости разрешить Microsoft Windows установку программы.

3. В окне-приветствия установщика программы нажать кнопку «Далее».

4. Ознакомиться с представленным лицензионным соглашением, принять его условия.

4. Выбрать, кто из пользователей данного персонального компьютера будет иметь доступ к устанавливаемой копии программы SMath Studio.

5. Указать место расположения ярлыков программы, откуда можно будет запускать программу из следующих вариантов: рабочий стол, папка меню программы и панель быстрого запуска (по умолчанию будет выбрано все 3 варианта).

6. Выбрать папку, куда будет производиться установка компьютерной программы (можно оставить папку по умолчанию).

7. Произвести установку программы.

8. После процесса завершения установки программы SMath Studio нажать кнопку «Готово».

После установки программы её рекомендуется активировать, для этого нужно нажать на кнопку «Активировать» рас-

положенную в правом верхнем углу и зарегистрироваться (указать адрес электронной почты и пароль) для получения личного аккаунта.

Через главное меню установленной программы «Помощь» и подпункт «Цены и условия» можно получить информацию по видам её лицензирования (рис. П). Из требований разработчика программы следует, что пользование программой для личного использования – «бесплатно и навсегда».

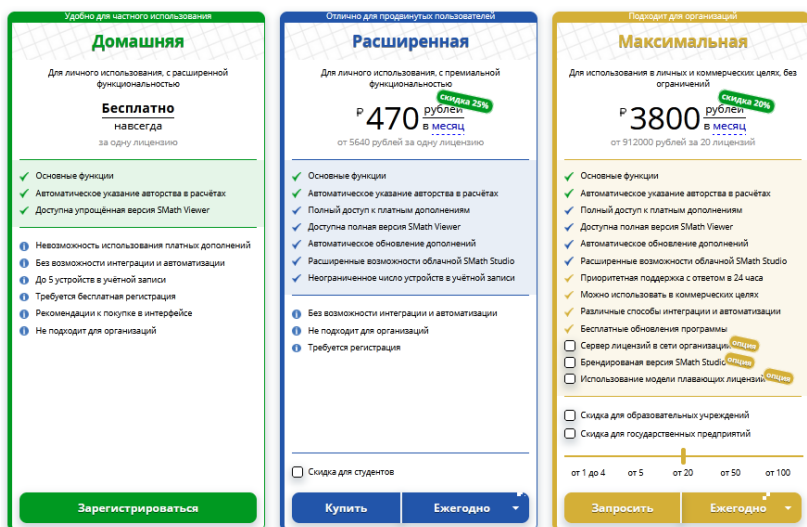


Рис. П. Экранная форма компьютерной программы SMath Studio с информацией об условиях её использования в 2025 году

Бушуев Евгений Николаевич,
Гаськов Александр Константинович,
Жолобова Анна Юрьевна,
Пекунова Анна Витальевна

**Использование компьютерной программы
SMath Studio для выполнения расчётов
по технической термодинамике**

Учебное пособие

Редактор Т.В. Соловьева

Подписано в печать . Формат 60×84¹/₁₆.
Печать плоская. Усл.печ.л. 7,67. Уч.-изд. л. 7,15.
Тираж 30 экз. Заказ №

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический
университет имени В.И. Ленина»
Отпечатано в УИУНЛ ИГЭУ
153003, г. Иваново, ул. Рабфаковская, 34.